



تهران شرق

طراحی سازه های بتن آرمه ۱

زمستان ۱۴۰۳

ارائه دهنده :

علیرضا فاروقی

دکتر حسین زاده اصل

 **GIVIL.ir**
مرجع دانشجویان و مهندسين عمران

و دکتر سید بهرام بهشتی

استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

دکترای تخصصی مهندسی سازه
با سپاس از :

عضو کارگروه تدوین ویرایش پنجم استاندارد ۲۸۰۰

عضو کارگروه فصل بیستم آبا (ضوابط لرزه ای) ویرایش ۱۴۰۰

عضو کمیته ایرانی نرم افزار های مهندسی و کارگروه بتن

ویرایش پنجم

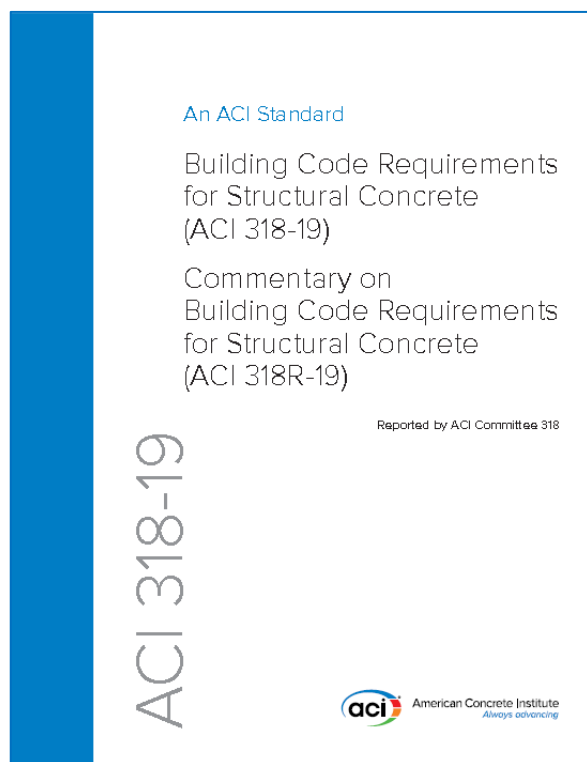


Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

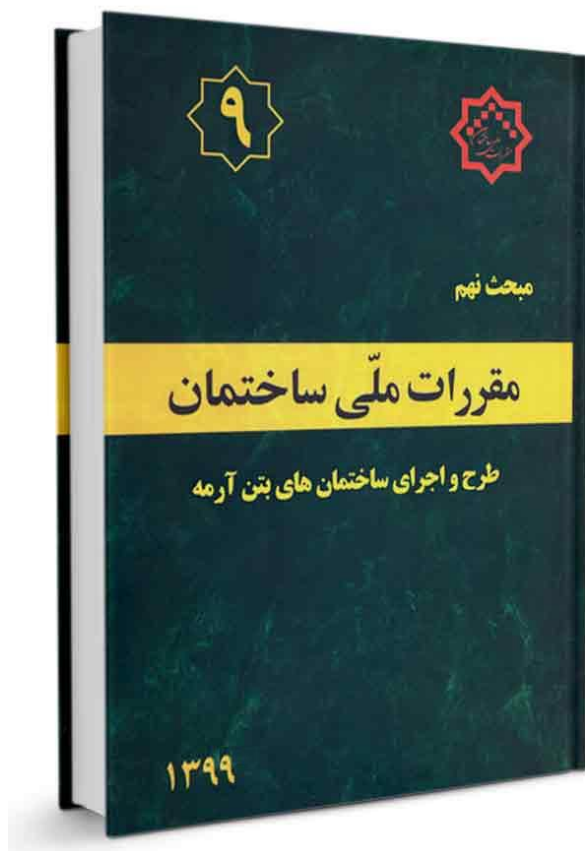
واحد تهران شرق

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

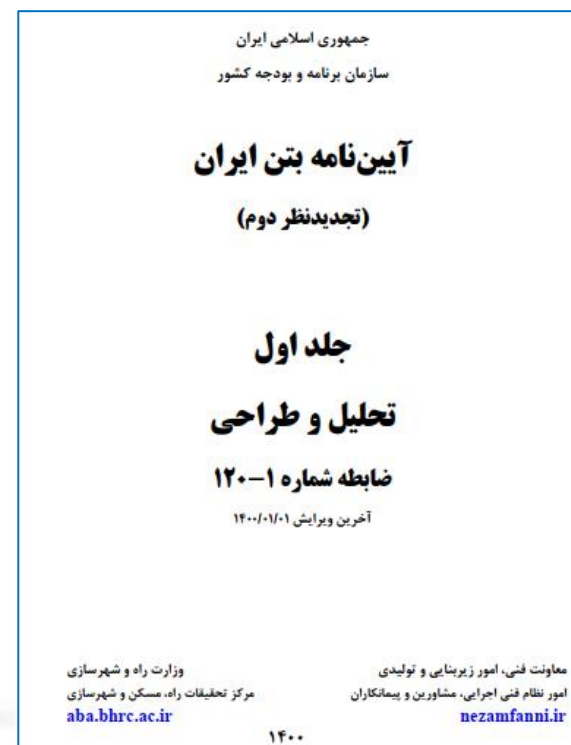
آیین نامه های مورد استفاده:



ACI 318 – 19



مبحث نهم ۹۹



آبا-۱۴۰۰ (ویرایش ۱۴۰۲/۰۹/۳۰)



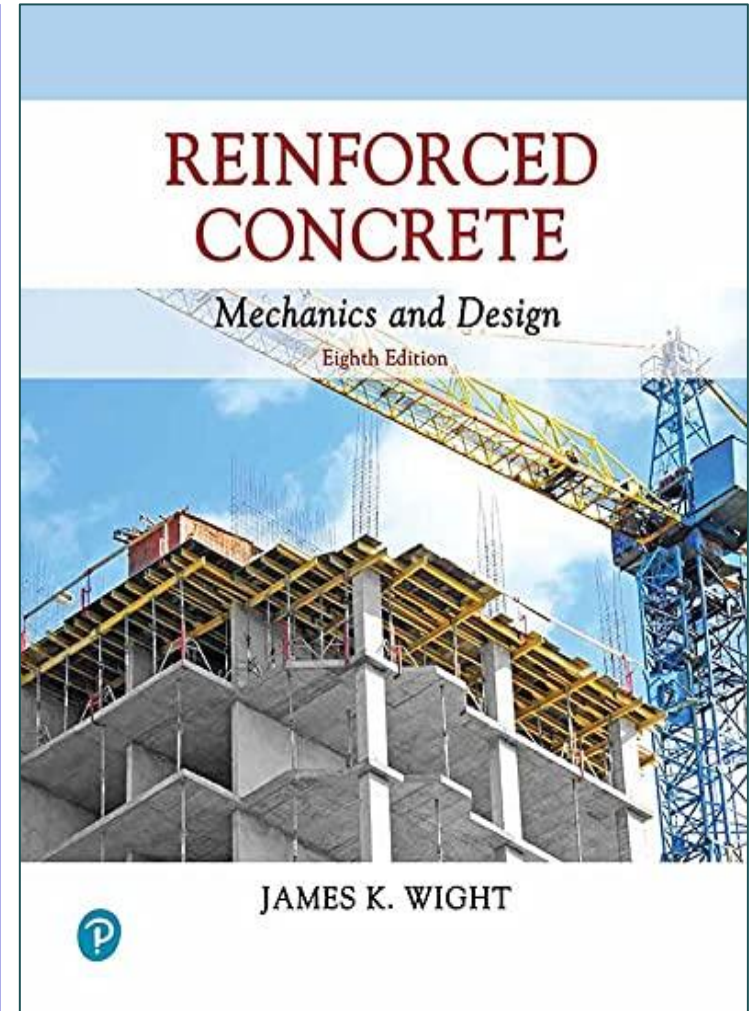
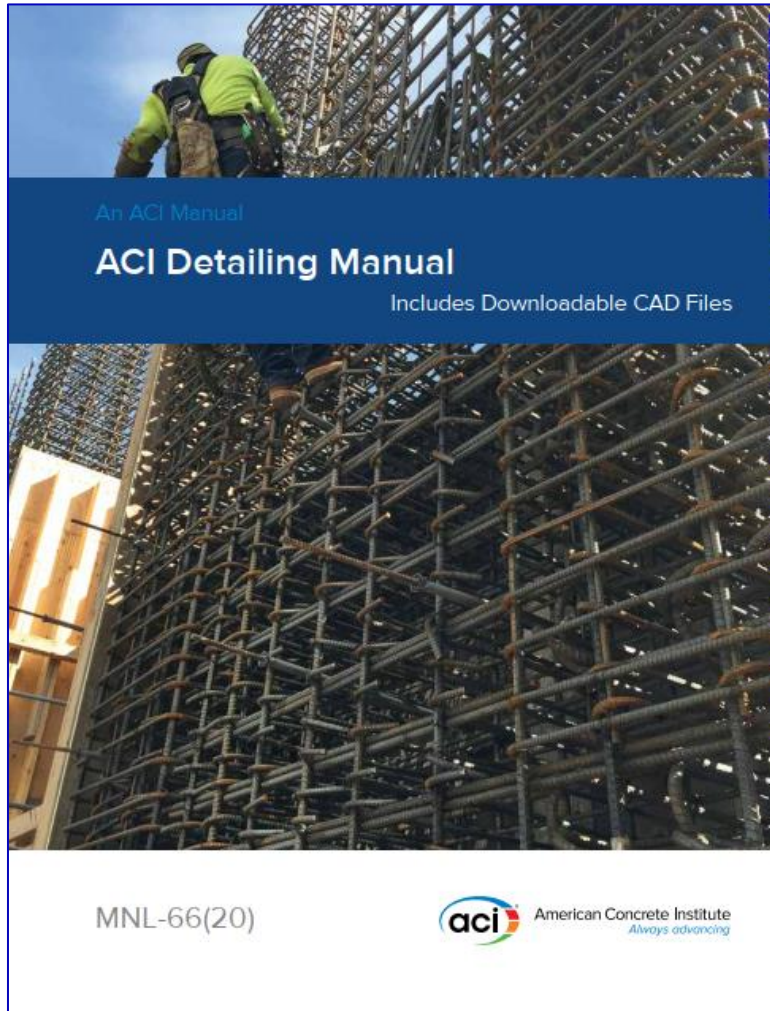
واحد تهران شرق

3

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

دیگر مراجع مورد استفاده:





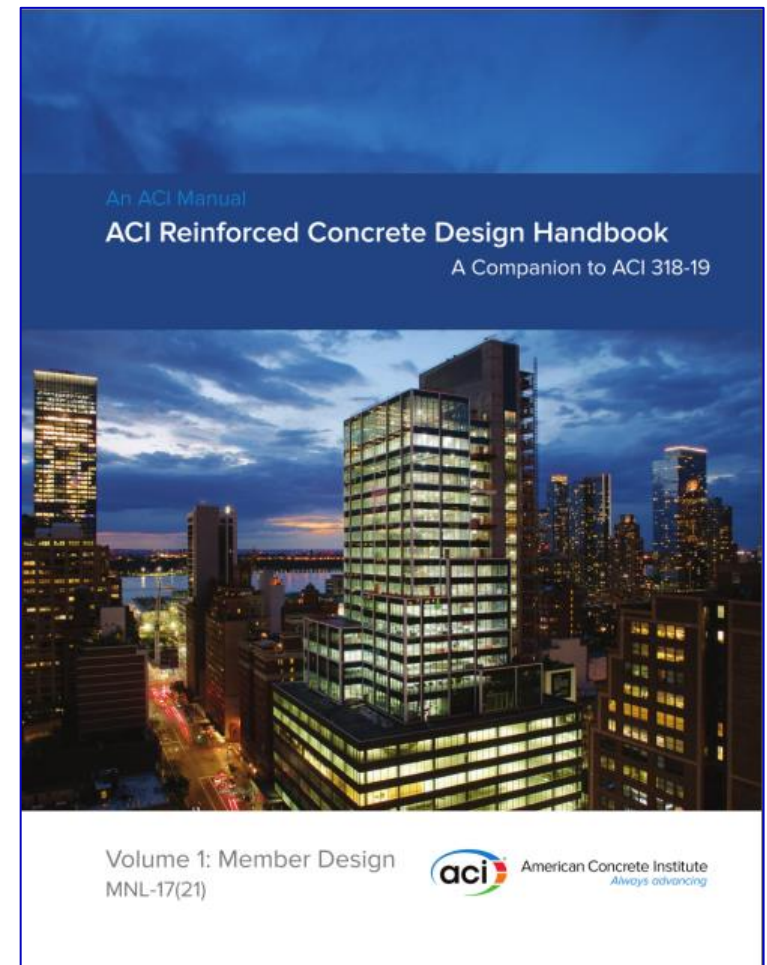
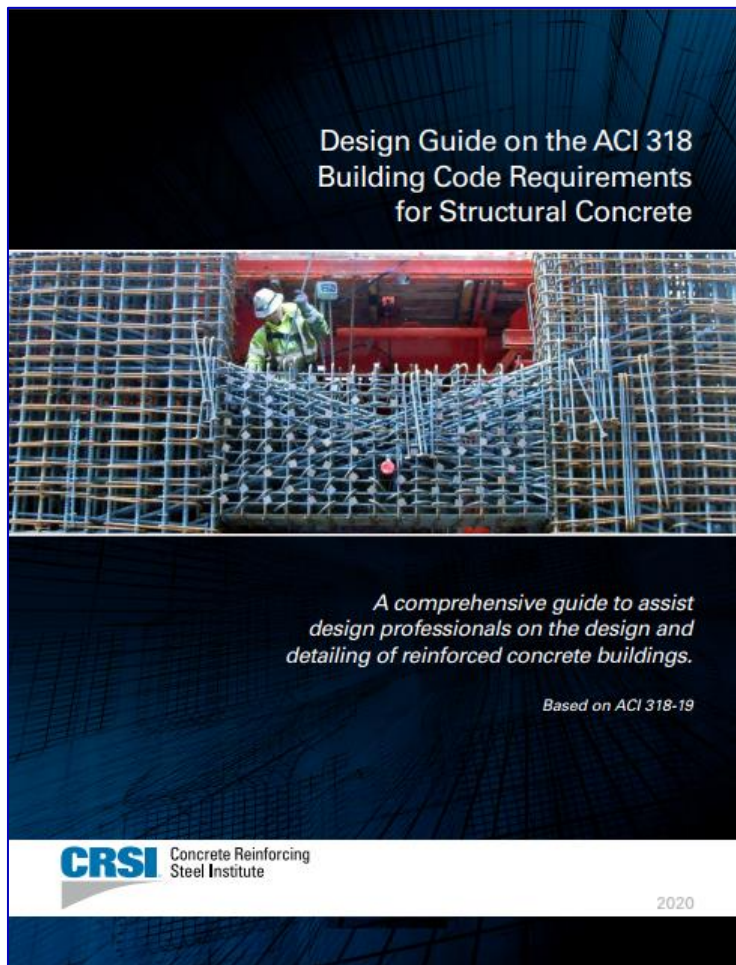
واحد تهران شرق

4

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

دیگر مراجع مورد استفاده:





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

واحد تهران شرق

علیرضا فاروقی
 دکتری تخصصی مهندسی سازه
 استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

سرفصل مطالب:

- ۱- خواص مکانیکی بتن
- ۲- انواع فولاد مصرفی
- ۳- روشهای طراحی اجزاء بتن آرمه
- ۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش
- ۵- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت برش
- ۶- رفتار ستونهای بتن آرمه تحت فشار محوری و لنگر خمشی



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

واحد تهران شرق

علیرضا فاروقی
 دکتری تخصصی مهندسی سازه
 استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

فصل اول:

۱- خواص مکانیکی بتن





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

بتن:

بتن ماده ای مرکب از سیمان، مصالح سنگی (شن و ماسه)، آب و گاهی مواقع مواد مضاف (افزودنی) می باشد که در ابتدا پس از اختلاط مواد فوق، به صورت خمیری است و بعد از مدتی به صورت جسمی سخت تبدیل می گردد.

وزن مخصوص بتن نرمال (بتنی که مصالح سنگی در آن استفاده شده باشد) تقریباً برابر $\gamma_{\text{بتن}} = 2300 \text{ Kg/m}^3 \cong 23 \text{ KN/m}^3$

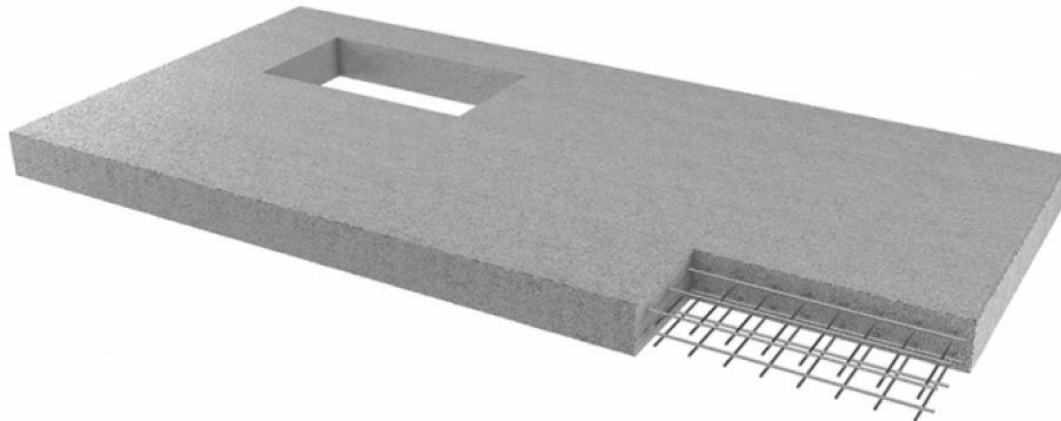
۱-۲-۳-۹ چگالی بتن معمولی در محاسبات برابر با ۲۳۰۰ کیلو گرم در متر مکعب منظور می شود.

می باشد که اگر به صورت بتن آرمه بکار رود وزن مخصوص آن به مقدار

$$\gamma = 2400 \text{ Kg/m}^3 \cong 24 \text{ KN/m}^3$$

بتن آرمه

افزایش پیدا می کند.



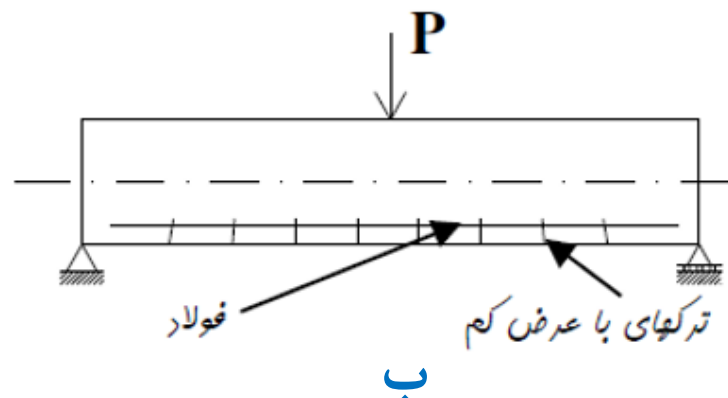
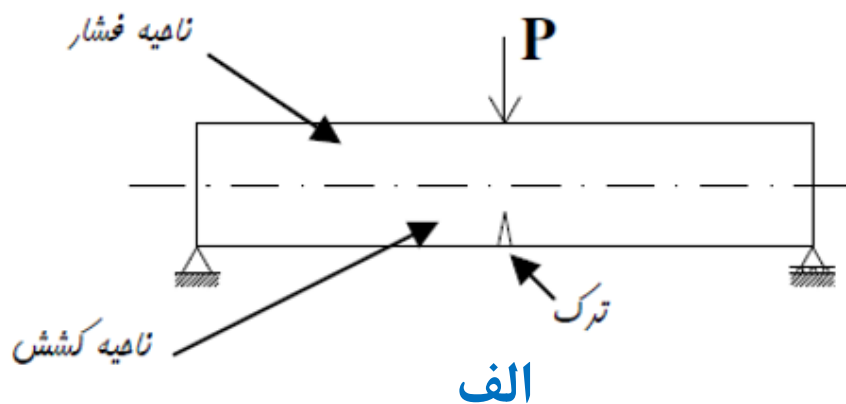


واحد تهران شرق

بتن آرمه (بتن مسلح):

بتنی که توسط فولاد مسلح شده است را بتن آرمه گویند. عموماً بتن را به علت ضعف کششی آن، توسط فولاد (در ناحیه کششی) تقویت می کنند که مجموعه حاصل بتن آرمه یا بتن مسلح نامیده می شود.

برای آزمایش، دو تیر بتنی مشابه مطابق شکل الف و ب را در نظر میگیریم که تیر بتنی شکل ب توسط فولاد در ناحیه کششی مسلح شده است و بعد از بارگذاری به صورت زیر، دیده می شود که تیر بتن آرمه ظرفیت باربری بسیار بالایی نسبت به تیر بتنی ساده (بدون فولاد) دارد. زیرا در تیر بتنی ساده با ایجاد اولین ترک در ناحیه کششی تیر دچار گسیختگی می گردد و در حالت مسلح به علت وجود فولاد در ناحیه کششی پس از ایجاد اولین ترک فولاد وارد عمل شده و در مقابل کشش مقاومت می کند تا زمانی که ترکهای بیشتری در این ناحیه بوجود آید و باعث گسیختگی در تیر گردد.





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

واحد تهران شرق

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

ویژگی های بتن آرمه:

از ویژگی های بتن آرمه می توان به موارد زیر اشاره کرد:

- 1- مقاومت فشاری خوب و شکل گیری عالی در درون قالب از جانب بتن.
- 2- چسبندگی خوب بین بتن سخت شده و فولاد.
- 3- ضریب انبساط حرارتی تقریباً یکسان بتن و فولاد.

$$\alpha_{concret} = 10 \times 10^{-6} \text{ } 1/^{\circ}C$$

$$\alpha_{steel} = 12 \times 10^{-6} \text{ } 1/^{\circ}C$$

- 4- مقاومت بالا در برابر آتش سوزی و خوردگی (از جانب بتن).

توجه: در سازه های بتن آرمه تحت اثر بار، امکان ایجاد ترک در قسمت کشی مقطع می باشد. البته این ترکها با چشم قابل رویت نیستند و بسیار کم اهمیت می باشند و استفاده از سازه را تحت تاثیر قرار نمی دهند.

۸-۳-۹ ضریب انبساط حرارتی بتن

۸-۳-۹-۱ در بتن های معمولی، ضریب انبساط حرارتی را میتوان با توجه به نوع سنگ دانه ها و با تقریب ۲۰ درصد برابر با

10×10^{-6} در هر درجه ی سلسیوس منظور نمود.



واحد تهران شرق

خواص بتن:

1- مقاومت فشاری

برای تعیین مقاومت فشاری بتن از آزمایش مقاومت فشاری بر روی نمونه های استاندارد 28 روزه بتن استفاده می گردد. نمونه های استاندارد مورد استفاده در این آزمایش دو نوع می باشند.

- نمونه های استوانه ای $15 \times 30 \text{ cm}$ (استاندارد ایران و آمریکا) با مقاومت فشاری 28 روزه f_c
- نمونه های مکعبی $15 \times 15 \text{ cm}$ (استاندارد اروپا) با مقاومت فشاری 28 روزه f_{cu}

توجه: در شرایط معمول بین مقاومت فشاری دو نمونه استاندارد بالا رابطه زیر برقرار است: $(25 \geq f_c)$

$$f_c = 0.8 f_{cu} \quad (\text{Eurocode 2, BS EN 206-1})$$

۳-۳-۹ مقاومت فشاری بتن، f'_c **→** ویرایش ۹۹

۳-۳-۹-۱ مقاومت فشاری بتن، f'_c ، باید بر اساس آزمایش های ۲۸ روزه بر روی حداقل دو نمونه استوانه ای به قطر ۱۵۰ و ارتفاع ۳۰۰ میلیمتر یا حداقل سه نمونه استوانه ای به قطر ۱۰۰ و ارتفاع ۲۰۰ میلیمتر تعیین شود. در صورتی که سن دیگری برای آزمایش نمونه ها مد نظر باشد، باید در مدارک ساخت ذکر گردد.



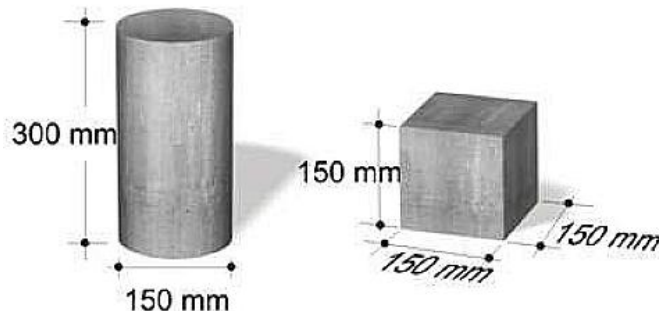
واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

11

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

خواص بتن:



جدول ۸-۱ تبدیل مقاومت بتن معمولی و سبکدانه، از آزمون مکعبی ۱۵۰ میلی‌متر به آزمون استوانه‌ای به قطر ۱۵۰ میلی‌متر

مقاومت فشاری مکعبی ۱۵۰ میلی‌متری، مگاپاسکال	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰	۵۵	۶۰	۶۵	۷۰	۷۵
مقاومت فشاری استوانه استاندارد، مگاپاسکال	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰	۵۵	۶۰	۶۵	۷۰

۱- برای تبدیل مقاومت مکعبی کمتر از ۲۵ مگاپاسکال به استوانه استاندارد، مقدار آن بر ۱/۲۵ تقسیم می‌شود.

۲- برای مقاومت‌های بین اعداد ذکر شده در جدول، کافی است ۵ مگاپاسکال از نتیجه مکعبی کم شود تا نتیجه استوانه‌ای حاصل شود.

۳- در صورت استفاده از مکعب ۱۰۰ میلی‌متری، تبدیل آن به استوانه ۱۰۰ میلی‌متری مشابه جدول فوق خواهد بود. هرچند در عمل مقاومت مکعب ۱۰۰ و ۱۵۰ میلی‌متری و همچنین مقاومت استوانه ۱۰۰ و ۱۵۰ میلی‌متری با یکدیگر تفاوت دارند، اما تبدیل آن‌ها ضرورت ندارد و صرفاً از حداقل سه آزمون کوچک‌تر به جای حداقل دو آزمون بزرگ‌تر استفاده می‌شود. به هر حال حداقل قطر آزمون استوانه‌ای باید از سه برابر حداکثر اندازه اسمی سنگدانه کمتر نباشد و برای آزمون مکعبی نیز باید از ۳/۵ برابر حداکثر اندازه اسمی سنگدانه کمتر نباشد.

۴- برای بتن‌های سبکدانه، نسبت مقاومت فشاری آزمون مکعبی ۱۵۰ میلی‌متری به استوانه به قطر ۱۵۰ میلی‌متر، برای رده‌های مقاومتی تا ۴۰ مگاپاسکال برابر با ۱/۰۵ و برای مقاومت‌های بیشتر تقریباً یک است.



واحد تهران شرق

حداقل بتن مورد استفاده

۹-۳-۳ مقدار f'_c باید با توجه به محدودیت‌های زیر، در نظر گرفته شود:

الف- حداقل مقدار برای انواع بتن‌های معمولی و سبک برابر با ۲۰ مگاپاسکال و حداکثر آن ۵۰ مگاپاسکال است.

ب- در ساختمان‌های بلندتر از ۲۰ طبقه از روی شالوده، با تأمین شرایط بند پ زیر، می‌توان حداکثر مقاومت را در بتن‌های معمولی تا ۷۰ مگاپاسکال افزایش داد.

پ- با پیش بینی تدابیر ویژه برای کنترل کیفیت بتن نشان داده شود که بدست آوردن چنین مقاومتی در اجرا امکان پذیر است.

ت- در سازه‌های لرزه‌بر ویژه، موضوع فصل ۲۰، حداقل مقدار f'_c برای بتن‌های معمولی و سبک ۲۵ مگاپاسکال و حداکثر آن برای بتن‌های سبک ۳۵ مگاپاسکال می‌باشد. (متوسط ۲۰ مگاپاسکال)

ث- در کلیه موارد حداقل مقدار f'_c نباید از آنچه برای دوام بتن، طبق ضوابط پیوست ۹-پ-۱ تعیین شده، کمتر در نظر گرفته شود.



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

حداقل بتن مورد استفاده جدول ۶-۱ رده بندی شرایط محیطی از دیدگاه دوام بتن

۲	خوردگی ناشی از یون های کلرید آب دریای شور (بتن دارای میلگرد یا سایر فلزات جاگذاری شده که در تماس با یون های توام کلرید و سولفات ناشی از آب دریا یا نمک های موجود در هوا هستند)	XCS1	بتن آرمه در معرض نمک های کم موجود در هوا و خیلی دور از دریا	- سازه های خیلی دور از ساحل (بیش از ۵ کیلومتر)
		XCS2	بتن آرمه دائماً غرقاب یا درون خاک آبدار یا مرطوب	- بخش هایی از سازه های دریایی که در آب دریا قرار دارند. - بخش هایی از سازه که در خاک ساحلی زیر سطح تراز آب دریای شور قرار دارند. - سازه های نسبتاً دور از ساحل (یک تا ۵ کیلومتر).
		XCS3	بتن آرمه در معرض نمک های زیاد موجود در هوا و بدون تماس مستقیم با آب دریا یا پاشش	- سازه های نزدیک ساحل (کمتر از یک کیلومتر)
		XCS4	نواحی در معرض پاشش و جزر و مد	- بخش هایی از سازه های دریایی در معرض پاشش و جزر و مد

جدول ۶-۲ ضوابط طرح مخلوط بتن برای شرایط محیطی در معرض یون های کلرید

طبقه بندی	دسته بندی	نوع سیمان انتخابی	حداقل مقدار مواد سیمانی، کیلوگرم در متر مکعب	حداکثر نسبت آب به مواد سیمانی	حداقل رده بتن
۱	XCD1 XCS1	سیمان پرتلند نوع (۱) و (۲) و CEM I – SR10 و سایر سیمان های آمیخته	۳۲۵	۰/۵	C30
۲	XCD2 XCD3 XCS2	سیمان پرتلند نوع (۱) و (۲) و CEM I – SR10 و سایر سیمان های آمیخته	۳۲۵	۰/۴۵	C35
۳	XCD4 XCS3	سیمان پرتلند نوع (۱) و (۲) و CEM I – SR10 با مواد پوزولانی یا سرباره یا سیمان های آمیخته	۳۵۰	۰/۴۰	C35
۴	XCS4	سیمان پرتلند نوع (۱) و (۲) و CEM I – SR10 با مواد پوزولانی یا سرباره یا سیمان های آمیخته	۳۷۵	۰/۳۷	C40

ث- در صورت مصرف مواد حباب ساز، می توان حداقل رده بتن را ۵ مگاپاسکال کاهش داد، مشروط بر اینکه از رده C30 کمتر نشود.

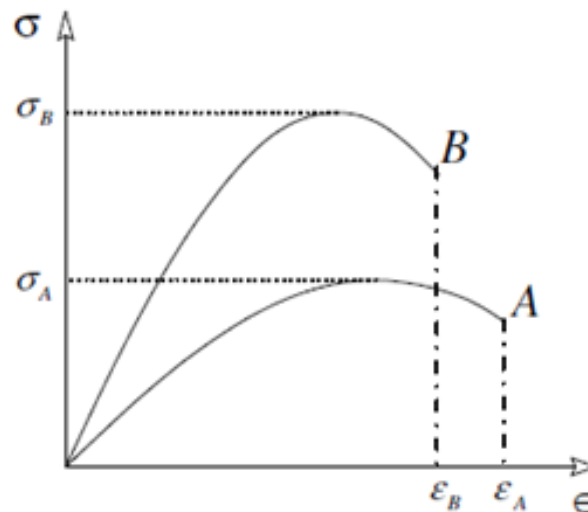


واحد تهران شرق

- تغییر شکل تحت فشار

نمودار تنش - کرنش بتن که نشانگر رفتار بتن (تغییر شکل آن) در برابر نیروی فشاری می باشد را می توان به صورت زیر در نظر گرفت. شکل نمودار تنش - کرنش بستگی به مقاومت، عمر بتن در هنگام بارگذاری، سرعت بارگذاری، مشخصات سیمان و دانه ها و نوع و اندازه نمونه دارد. از خواص مهم این نمودار می توان به دو مورد زیر اشاره کرد.

- نمودار دارای قسمت اولیه خطی و در تنش های بالاتر دارای انحنا می باشد.
- بتن های کم مقاومت تر مانند نمونه A ، تغییر شکل بیشتری دارند. ($\varepsilon_A > \varepsilon_B \Leftarrow \sigma_A < \sigma_B$)

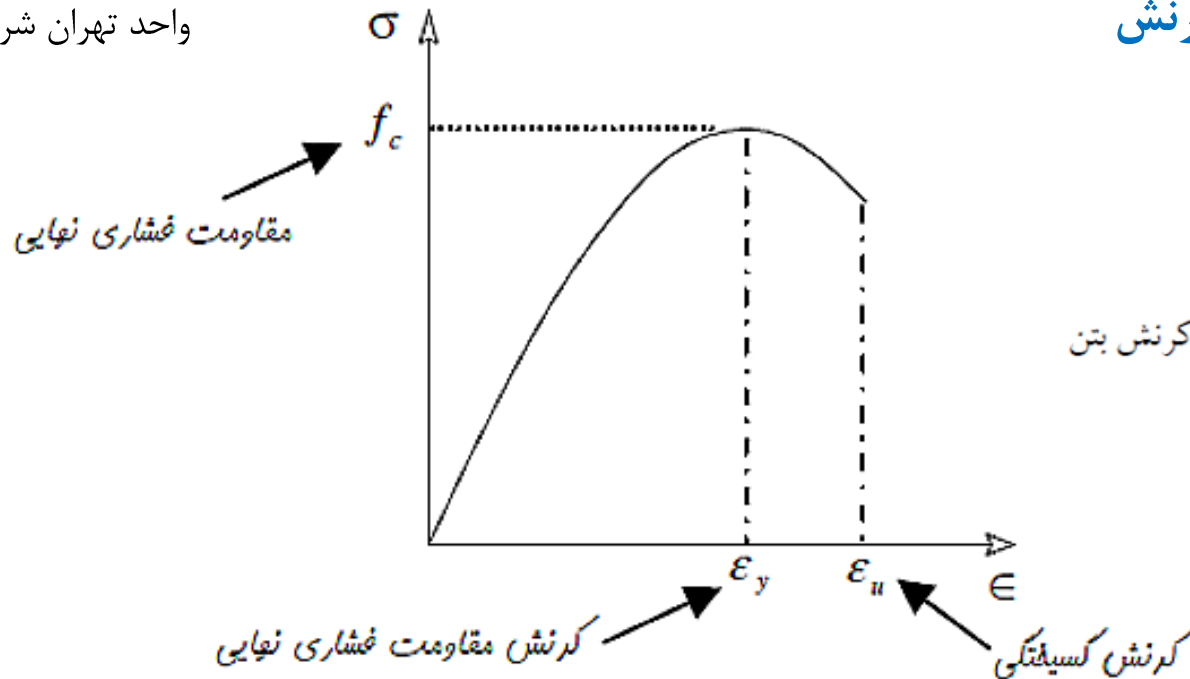




واحد تهران شرق

خصوصیات نمودار تنش - کرنش

(بتن غیری مسلح)



مشخصات نواحی مختلف نمودار تنش - کرنش بتن

مطابق نتایج بدست آمده از آزمایشات تجربی بر روی نمونه های بتنی با مقاومت های مختلف می توان گفت:

نکته 1: کرنش در هنگام مقاومت فشاری نهایی در حدود 0/003 - 0/0015 می باشد. ϵ_y

نکته 2: کرنش در هنگام گسیختگی در حدود 0/004 - 0/003 می باشد. ϵ_u **ویرایش ۹۹**

توضیح: طبق آئین نامه آبا حداکثر کرنش در دورترین تار فشاری بتن 0/003 در نظر گرفته می شود.

۳-۲-۲-۸-۹ کرنش حداکثر در دورترین تار فشاری بتن برابر با ۰/۰۰۳ در نظر گرفته می شود.



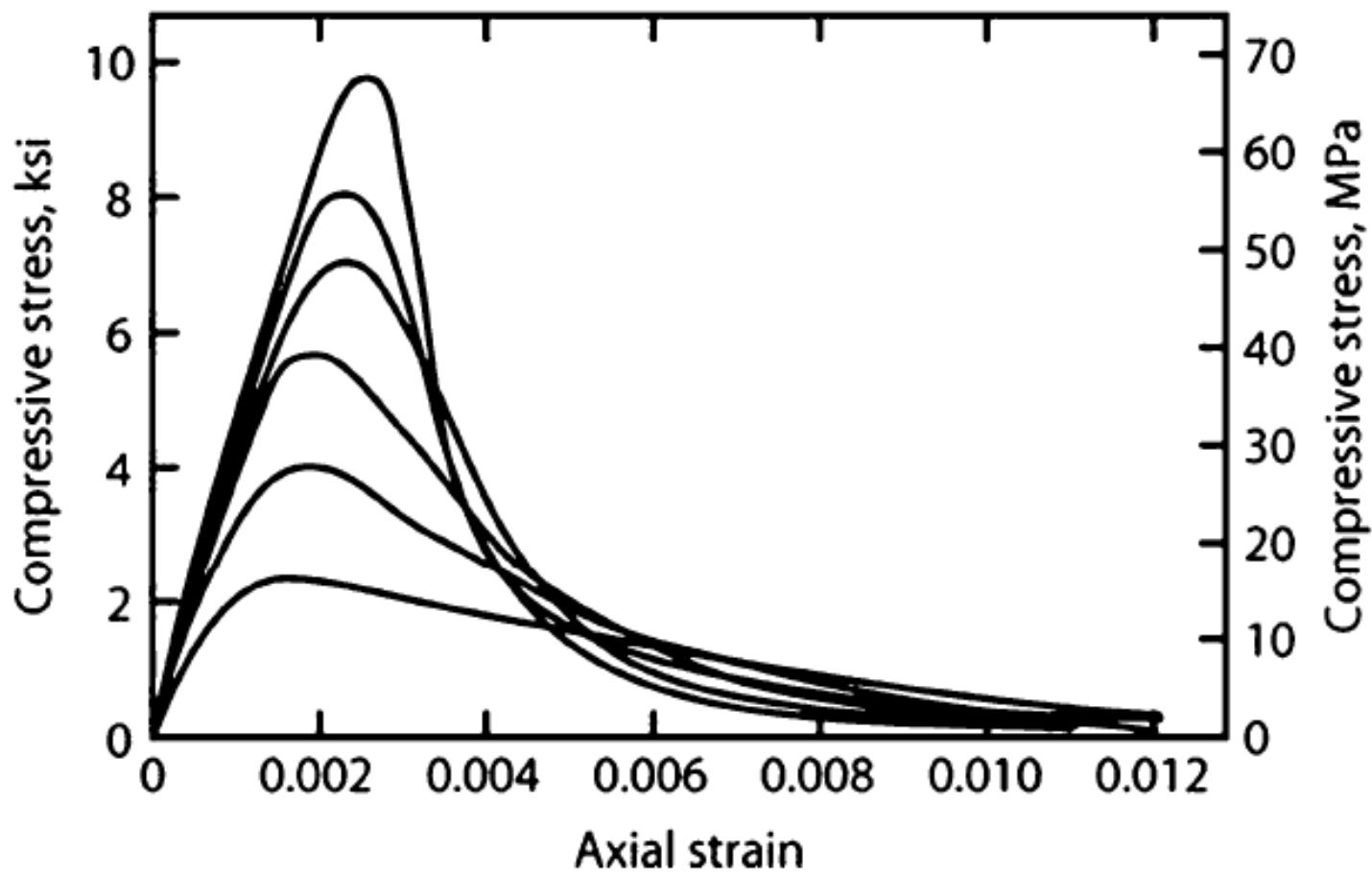
واحد تهران شرق

16

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

خصوصیات نمودار تنش - کرنش (بتن غیر مسلح)





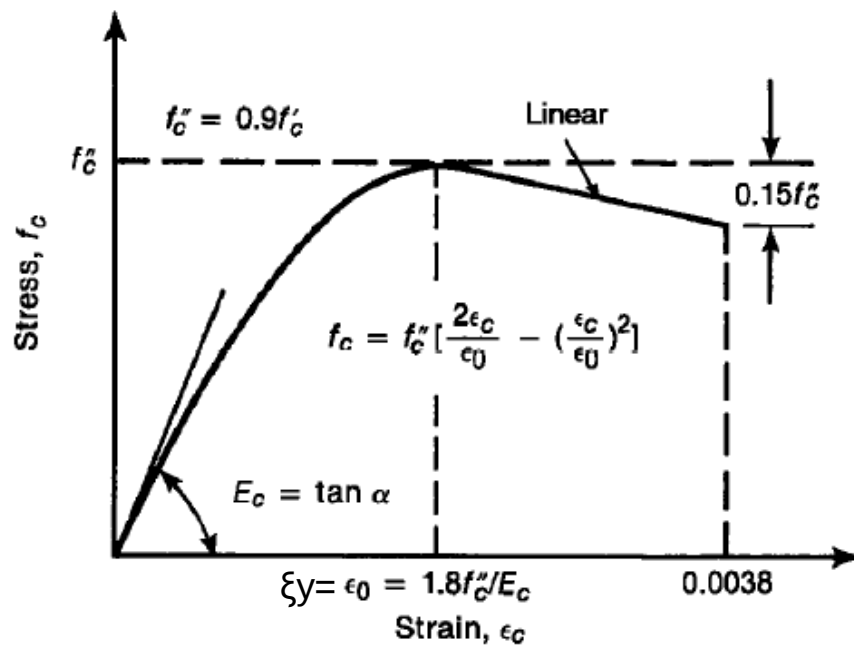
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

17

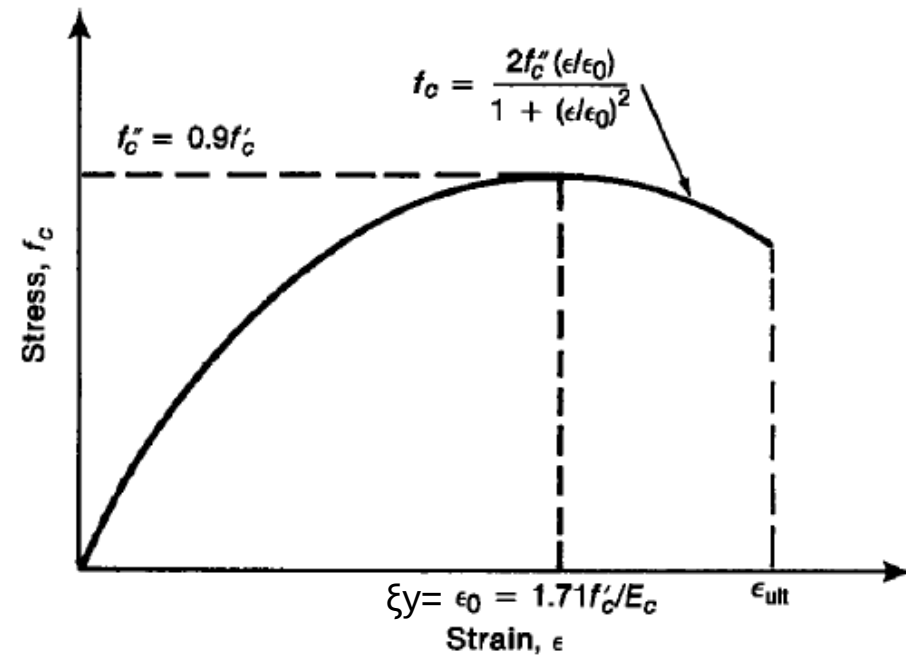
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

خصوصیات نمودار تنش - کرنش (بتن غیر مسلح)



(a) Modified Hognestad. (From [3-39].)



(b) Todeschini. (From [3-41].)

برخی مدل‌های پیشنهادی



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

18

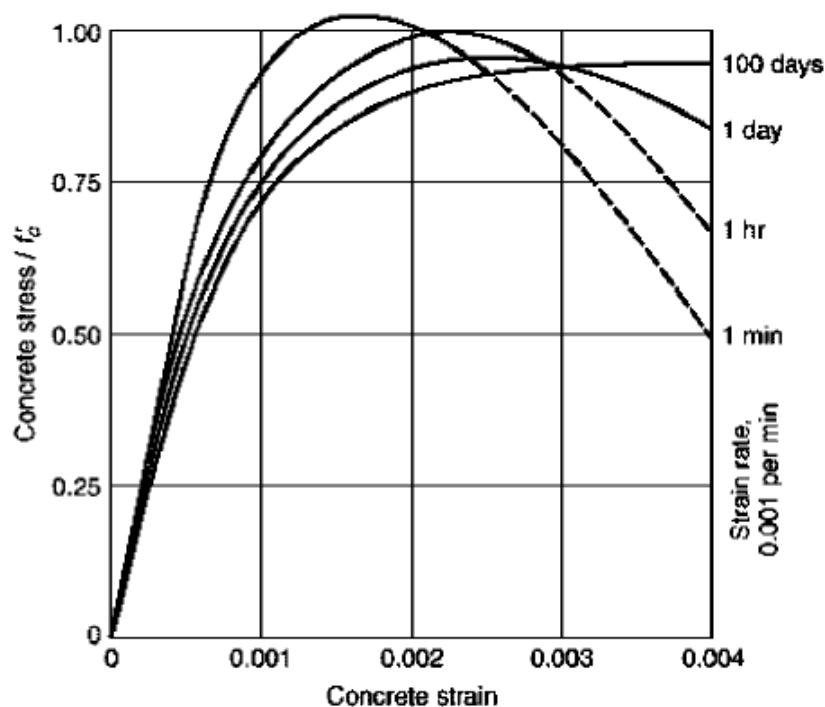
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

خصوصیات نمودار تنش - کرنش (بتن غیر مسلح)

- تاثیر سرعت بارگذاری بر مقاومت فشاری بتن

به نمودار شکل زیر توجه کنید. با افزایش سرعت بارگذاری، نمونه بتنی مقاومت فشاری بیشتر از خود نشان می دهد.



Stress-strain curves at various strain rates.

سرعت بارگذاری ↑ f'_c ↑ (E_c ↑)

رده بندی بتن

رده بندی بتن بر اساس مقاومت مشخصه آن معمولاً به ترتیب زیر است:

C10 C12 C16 C20 C25

C30 C35 C40 C45 C50

اعداد بعد از C بیانگر مقاومت فشاری مشخصه بتن (f'_c) بر حسب مگا پاسکال است.



واحد تهران شرق

2- مقاومت کششی در خمش (مدول گسیختگی)

$$f_r = 0.62\lambda\sqrt{f'_c}$$

(ویرایش ۹۹)

۵-۳-۹ مدول گسیختگی بتن، f_r

جدول ۵-۳-۹ ضریب اصلاح λ با توجه به وزن مخصوص بتن

λ	وزن مخصوص بتن (w_c)
0.75	$w_c \leq 1600$
$0.00046w_c \leq 1.00$	$1600 < w_c \leq 2160$
1.00	$w_c > 2160$

در جدول فوق w_c برحسب کیلوگرم بر متر مکعب می باشد.

نکته: مقاومت کششی بتن حدود 0.08 الی 0.15 مقاومت فشاری آن بدست می آید.

$$\frac{0.62}{4700} = 0.000132$$

کرنش گسیختگی خمشی (کششی) بتن

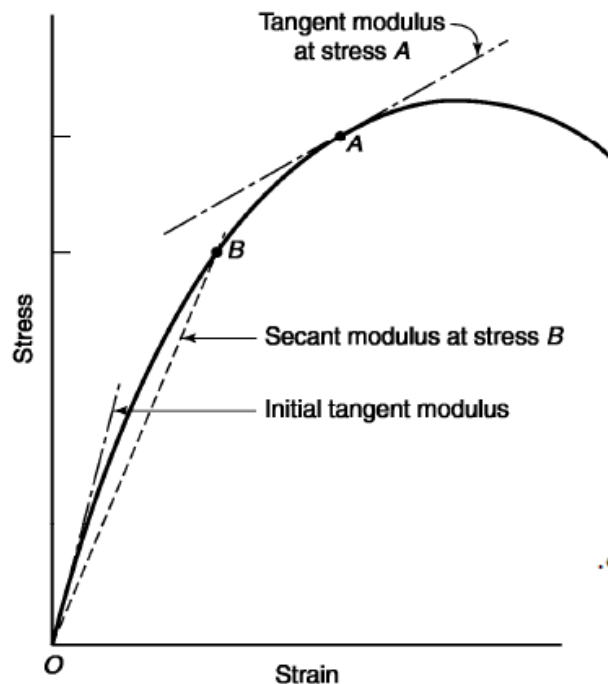


واحد تهران شرق

3- مدول الاستیسیته بتن E_c (ضریب سختی ارتجاعی بتن)

بر خلاف فولاد که مدول الاستیسیته آن ثابت فرض می شود، مدول الاستیسیته بتن متغیر است. به سه طریق می توان مدول الاستیسیته را تعریف کرد.

- ۱- شیب اولیه نمودار تنش کرنش (مدول الاستیسیته اولیه - **Initial**)
- ۲- شیب خط متصل کننده مبدا به نقطه تنش دلخواه مانند **B** (مدول الاستیسیته سکانتی - **Secant**)
- ۳- شیب خط مماس بر نمودار در هر نقطه دلخواه (مدول الاستیسیته مماسی - **Tangent**)



نقطه B :

تنش در بتن در حد بارگذاری سرویس حدود $0.45f'_c$ می باشد. در صورتی که نقطه B در حدود $0.45f'_c$ انتخاب شود، تنش سکانتی بتن در بارگذاری سرویس بدست می آید. آیین نامه ACI توصیه می کند جهت مدلسازی سازه های بتنی از مدول الاستیسیته سکانتی استفاده شود و روابطی را جهت محاسبه و تخمین مدول الاستیسیته بتن ارائه کرده است.



واحد تهران شرق

ویرایش ۹۹



۶-۳-۹ مدول الاستیسیته بتن، E_c

۱-۶-۳-۹ ضریب الاستیسیته بتن را میتوان از یکی از دو رابطه ۳-۳-۹ (الف) و یا ۳-۳-۹ (ب) محاسبه نمود:

- در صورتی که وزن مخصوص بتن، W_c ، بین ۱۴۴۰ و ۲۵۶۰ کیلوگرم بر متر مکعب باشد:

(رابطه دقیق ACI) $E_c = 0.043 W_c^{1.5} \sqrt{f'_c}$ (الف-۳-۳-۹)

- برای بتن های معمولی با وزن مخصوص ۲۳۰۰ کیلوگرم متر مکعب رابطه فوق بصورت زیر نوشته میشود:

(رابطه تقریبی ACI) $E_c = 4700 \sqrt{f'_c}$ (ب-۳-۳-۹)

برای $f'_c = 25 MPa$ مقادیر مدول الاستیسیته بتن به صورت زیر بدست می آید:

رابطه تقریبی ACI318-2014: $E_c = 4700 \sqrt{f'_c} MPa = 23500 MPa$

رابطه دقیق ACI318-2014: $E_c = W_c^{1.5} \times 0.043 \sqrt{f'_c} \xrightarrow{W_c=2400 \frac{kg}{m^3} \text{ با فرض }} 5056 \sqrt{f'_c} MPa = 25279 MPa$

رابطه دقیق ACI318-2014: $E_c = W_c^{1.5} \times 0.043 \sqrt{f'_c} \xrightarrow{W_c=2300 \frac{kg}{m^3} \text{ با فرض }} 4743 \sqrt{f'_c} MPa = 23715 MPa$



واحد تهران شرق

4- افت (Shrinkage) - پدیده های سریع کاهش حجم بتن

تغییر حجم بتن بدون وابستگی به تاثیر نیروهای خارجی را افت یا جمع شدگی بتن گویند.

افت مربوط به از دست دادن رطوبت داخل بتن و تبخیر آن از سطح بتن می باشد. هرچه سطح تماس بتن با هوای آزاد بیشتر باشد این تبخیر بیشتر خواهد بود. میزان این تبخیر مسلما به دمای محیط و رطوبت نسبی هوا وابسته است.

افت خشک شدگی پس از ۸ ساعت اولیه شروع شده و مقدار آن قابل ملاحظه است و بعضا باعث ترکهای تمام عمق می شود.

عوامل مؤثر بر انقباض ناشی از خشک شدگی		
افزاینده انقباض	کاهنده انقباض	عامل
نوع III	نوع I و II	نوع سیمان
۱۹ mm	۳۸ mm	اندازه سنگدانه
ماسه سنگ	کوارتز	نوع سنگدانه
۴۱۵ kg / m ^۳	۳۲۵ kg / m ^۳	عیار سیمان
۱۵۲ mm	۷۶ mm	اسلامپ
۳ روز	۷ روز	پروراندن بتن
۲۹°C	۱۶°C	درجه حرارت بتن ریزی
خاک دار	شسته شده	تمیزی سنگدانه



واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

کاهش حجم بتن

5- خزش (Creep) - پدیده های درازمدت

تغییر شکل پی در پی بتن به مرور زمان تحت اثر بار ثابت (به شرط آنکه تنش های ایجاد شده در بتن در محدوده الاستیک باشد) را خزش بتن گویند.

عوامل که بر خزش اثر می کند:

- ۱- خلل فرج بتن ↑ خزش ↑
- ۲- ضخامت قطعه بتنی ↑ خزش ↓
- ۳- عمر بتن در لحظه بارگذاری ↑ خزش ↓
- ۴- زمان بارگذاری (مدتی که بار بر قطعه اثر می کند) ↑ خزش ↑
- ۵- رطوبت محیط ↑ خزش ↓
- ۶- درصد فولاد فشاری ↑ خزش ↓

نکته :

مهمترین آثار جمع شدگی، کاهش سختی (افزایش خیز) و ارتعاش در دالها و تیرهای بتن آرمه است!



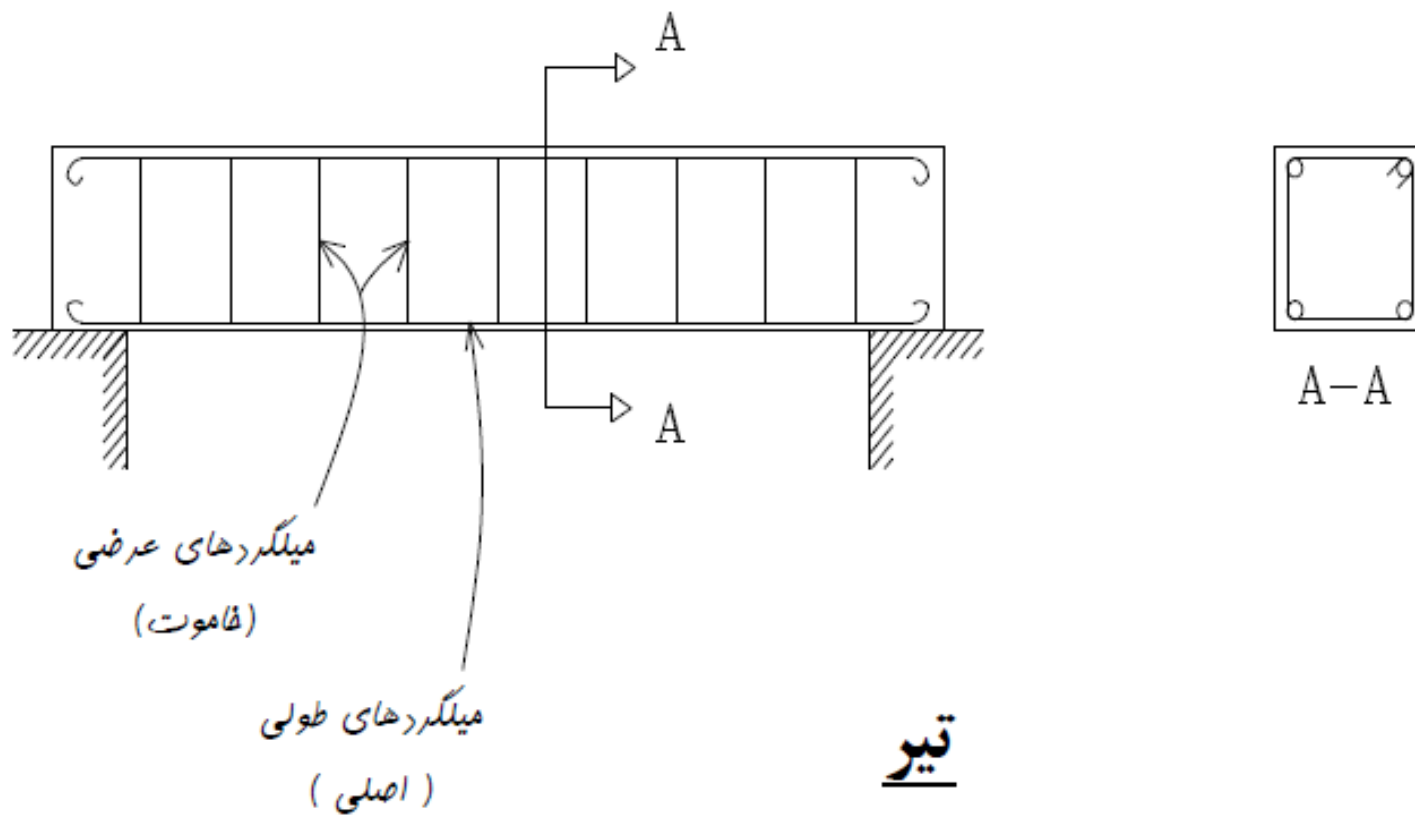
واحد تهران شرق

24

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۲- انواع فولاد مصرفی





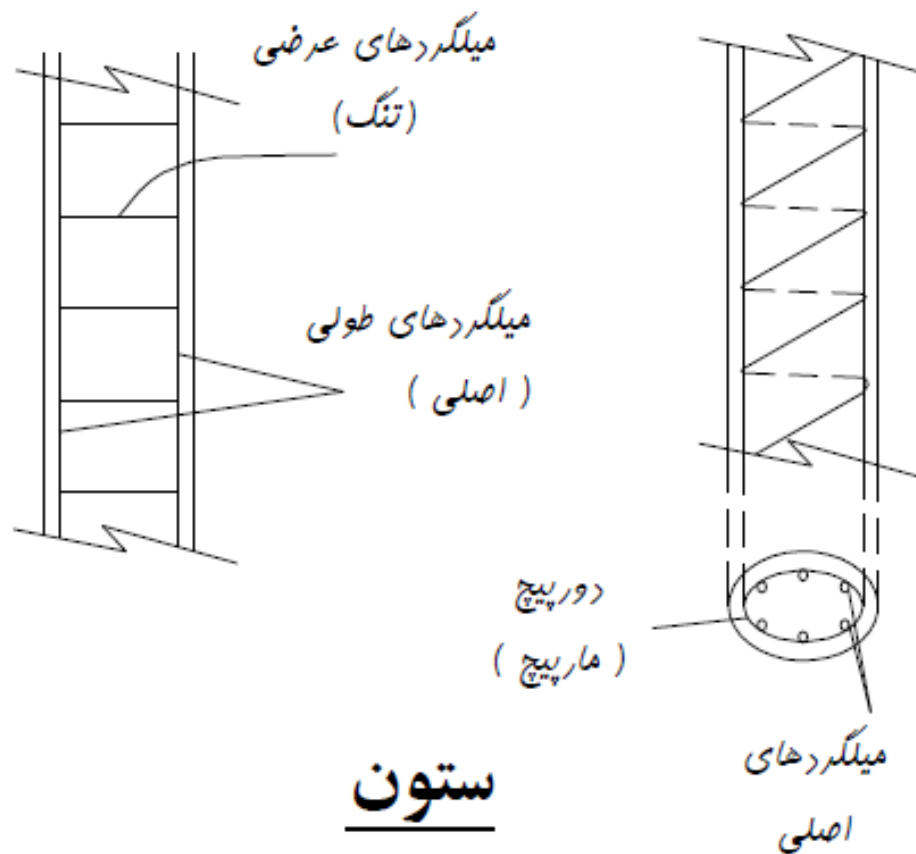
واحد تهران شرق

25

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۲- انواع فولاد مصرفی





واحد تهران شرق

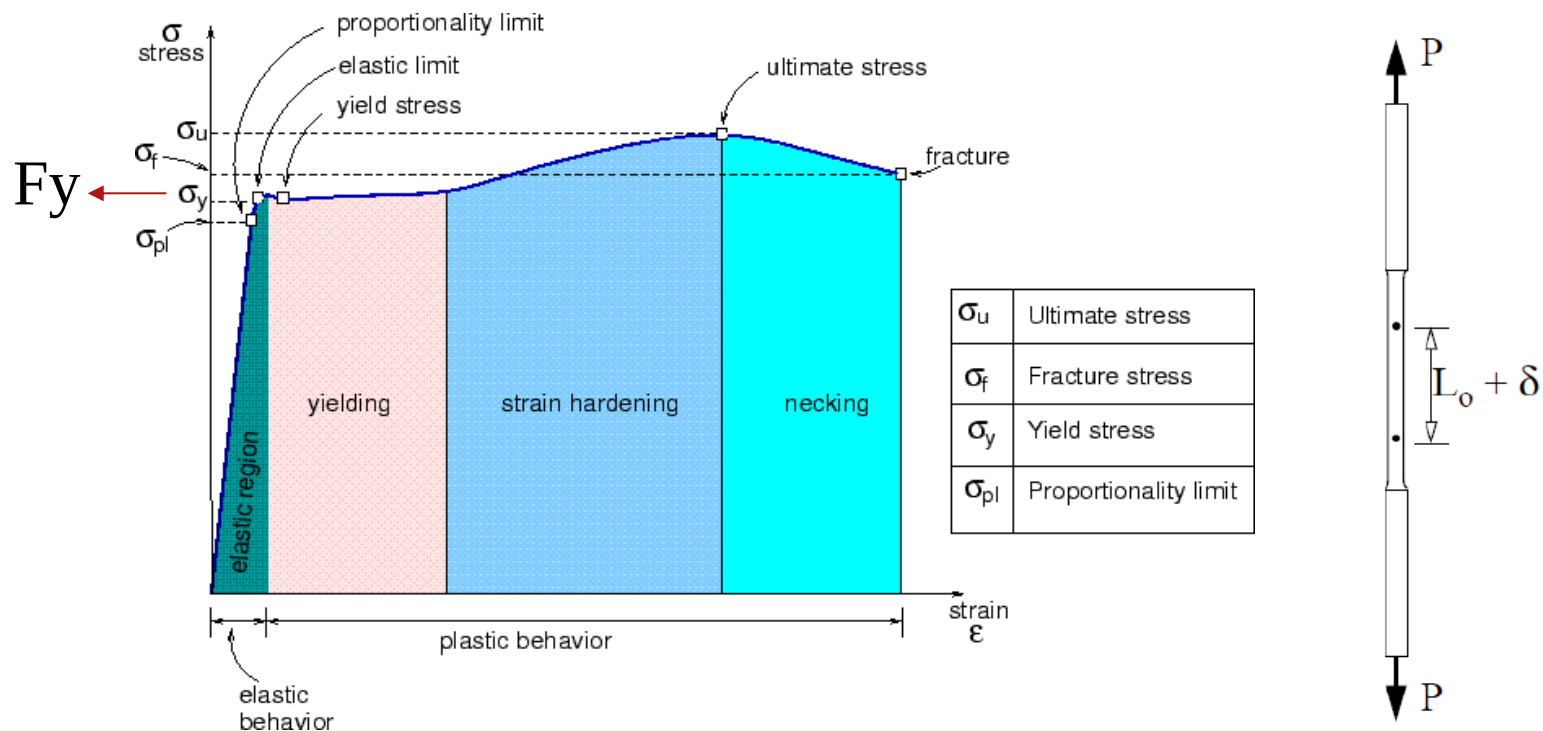
26

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۲- انواع فولاد مصرفی

آزمایش کشش مستقیم، یکی از ساده‌ترین و مهم‌ترین آزمایش‌های مقاومت مصالح می‌باشد. هدف از انجام این آزمایش، رسم نمودار تنش - کرنش در مصالح است. به همین منظور، میله‌ای از جنس ماده موردنظر را تحت اثر نیروی کششی P قرار داده و با افزایش نیروی P ، تغییر طول میله را به دست می‌آوریم. کامل‌ترین نمودار تنش - کرنشی که می‌توان برای فولاد ساختمانی رسم کرد، مطابق شکل مقابل است:





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

27

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

۲- انواع فولاد مصرفی

جدول ۹-۴-۲

کرنش گسیختگی [۱]		تنش حد تسلیم (Fy) MPa		مقاومت کششی حداقل (Fu) MPa	رده از نظر شکل پذیری	طبقه‌بندی از نظر شکل رویه	علامت مشخصه در ایران	رده
حداقل A ₁₀	حداقل A ₅	حداکثر	حداقل					
۱۸	۲۵	-	۲۴۰	۳۶۰ (AI)	نرم	ساده	س ۲۴۰	S240
۱۵	۱۸	-	۳۴۰	۵۰۰ (AII)	نیم سخت	آجدار مارپیچ	آج ۳۴۰	S340
-	۱۷ [۲]	۴۵۵	۳۵۰	۵۰۰	نیم سخت	آجدار مارپیچ	آج ۳۵۰	S350
۱۲	۱۶	-	۴۰۰	۶۰۰ (AIII)	نیم سخت	آجدار جناغی	آج ۴۰۰	S400
-	۱۶ [۲]	۵۴۵	۴۲۰	۶۰۰	نیم سخت	آجدار جناغی	آج ۴۲۰	S420
۸	۱۰	-	۵۰۰	۶۵۰ (AIV)	سخت	آجدار مرکب	آج ۵۰۰	S500
-	۱۲	-	۵۰۰	۵۵۰	سخت	آجدار	آج ۵۰۰ سرد	S500C
-	۱۳	۶۷۵	۵۲۰	۶۹۰	سخت	آجدار مرکب	آج ۵۲۰	S520



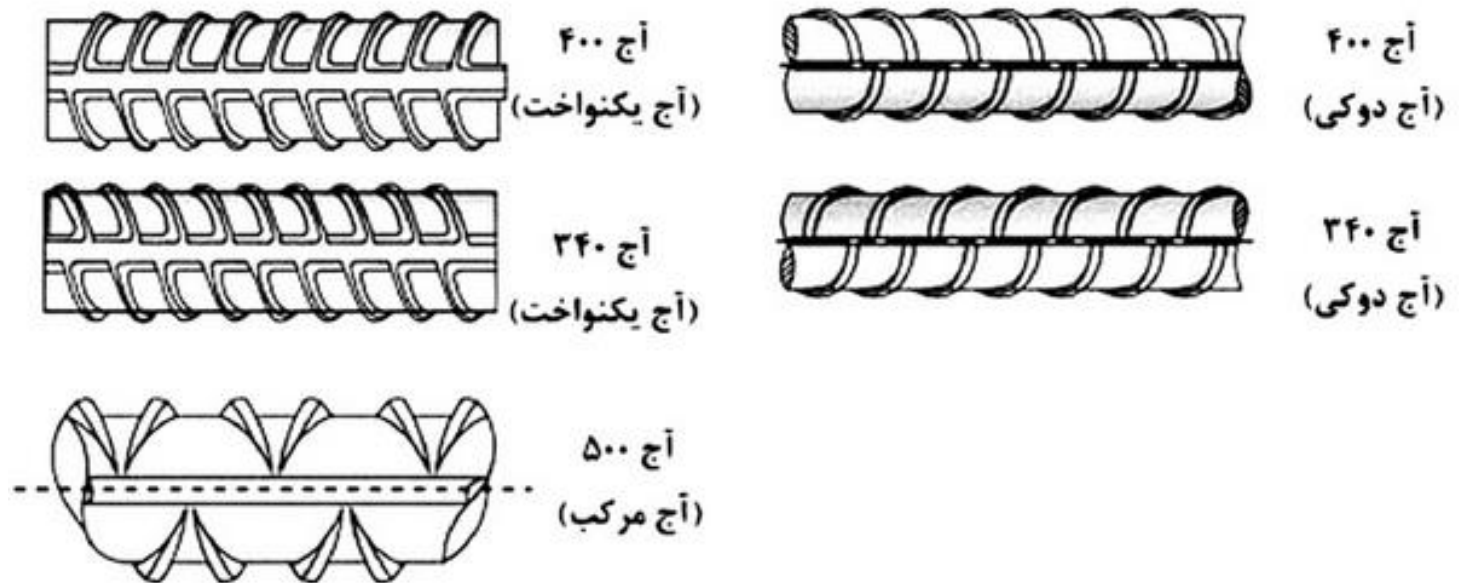
واحد تهران شرق

28

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۲- انواع فولاد مصرفی



در می‌لگردهای All آج ها به صورت ضربدری هستند اما در All به صورت منفرد هستند.

در می‌لگردهای All آج ها به صورت موازی هستند ولی در می‌لگردهای Alll آج ها بصورت هفت و هشت هستند.



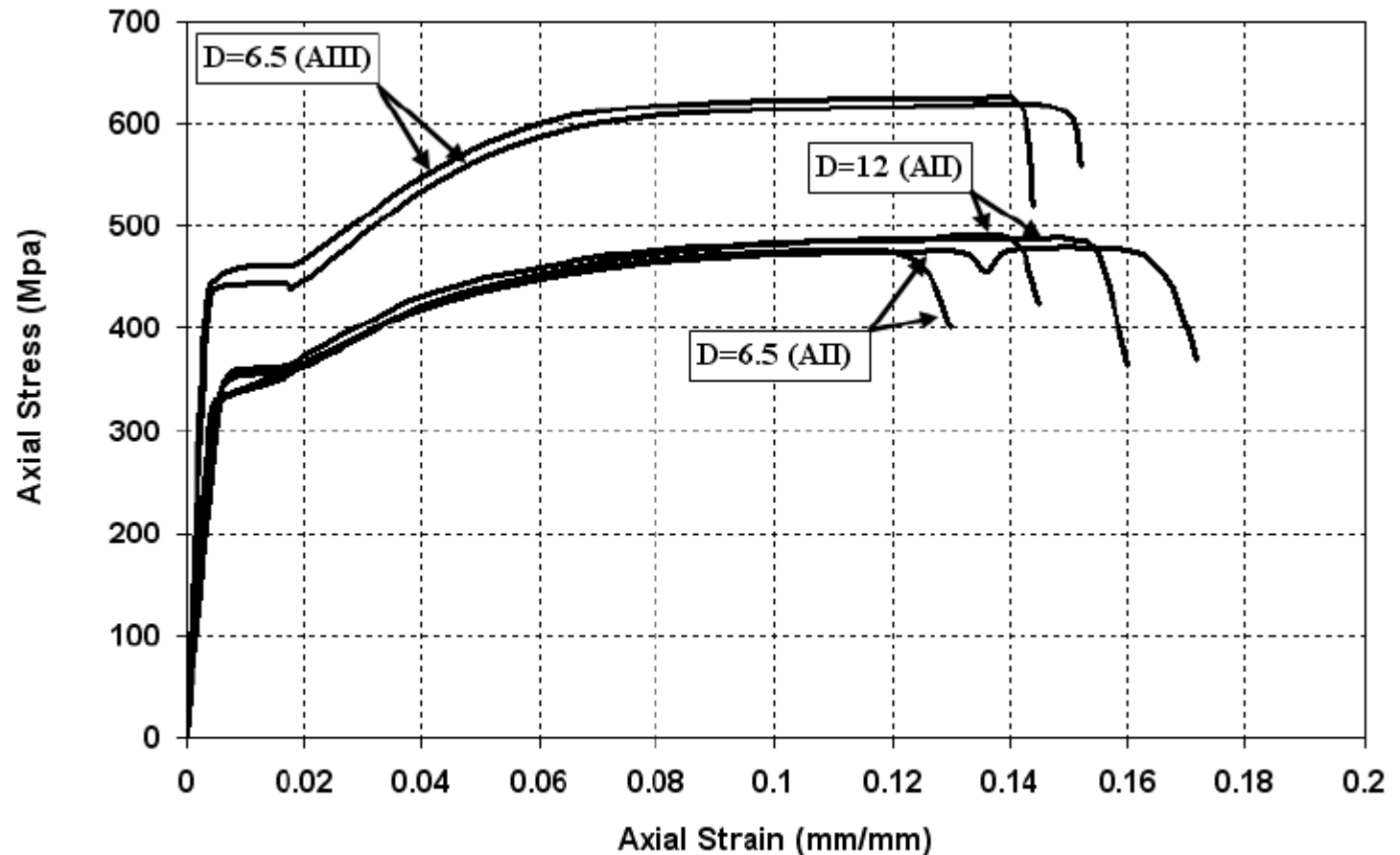
واحد تهران شرق

29

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۲- انواع فولاد مصرفی



نمودار تنش-کرنش آرماتورهای مصرفی



۳- روشهای طراحی اجزاء بتن آرمه

اساس طراحی:

طراحی سازه صرف نظر از نوع فلسفه حاکم بر آن، باید حاشیه امنیت لازم برای برقراری ایمنی در مقابل بارهای وارده را ایجاد کند.

به منظور این حاشیه امنیت، اثرات هم زمان احتمال افزایش بارها و احتمال کاهش مقاومت عضو نسبت به مقادیر مفروض اولیه باید ایجاد شود.

بر همین اساس داریم :

$$\Phi R \geq \Omega S$$

R, S به ترتیب بار و مقاومت نهایی و Ω, Φ به ترتیب ضرایب کاهش مقاومت و افزایش بار هستند که بر اصول علم آمار و احتمال استوارند.



واحد تهران شرق

31

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۳- روشهای طراحی اجزاء بتن آرمه

۳-۱ ضریب کاهش مقاومت (ϕ): دلایل تعریف ضریب کاهش مقاومت

- ❑ عدم انطباق مقاومتهای موجود با آنچه در فرآیند تحلیل و طراحی استفاده شده است.
- ❑ اجرای ناقص سازه باعث تقلیل مقاومت سازه می گردد.
- ❑ تفاوت در ابعاد واقعی سازه با آنچه در محاسبات تعریف شده است.
- ❑ اثر ساده سازی هایی که در تحلیل و طراحی دیده شده است.
- ❑ وجود نقص عضو بتنی
- ❑ ایجاد تمایز در درجه اهمیت المانهای طرح شده بتنی



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

32

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

۳-۲- مفهوم بار:

انواع بارهای وارد بر سازه

Dead Load - DL

بار مرده

باری است که مقدار و نقطه اثر آن در زمان عمر مفید سازه ثابت است. بار ناشی از وزن سقف، دیوارها، تیغه بندی و تاسیسات ثابت در این رده می باشند.

Live Load - LL

بار زنده

باری است در طول عمر مفید سازه به صورت متحرک بوده و ناشی از وزن افراد می باشد. این بار وابسته به نوع کاربری کف است و براساس مبحث ۶ مقررات ملی ساختمان تعیین می گردد.

Snow Load - S

بار برف

باری است که ناشی از قرارگیری حداکثر لایه برف ممکن در مناطق مختلف کشور بر کف طبقه بام وارد می شود. شدت بار برف که در مبحث ۶ به بار برف مبنا اسم گذاری شده است تابع شرایط برف گیر بوده و در کشور ایران به ۶ منطقه برفگیر تقسیم بندی می شود.

Wind Load - W

بار باد

معمولا در طراحی ساختمان های بلند بار باد حاکم بر طراحی است. نیروی جانبی باد تابع شرایط بادگیر منطقه، ارتفاع سازه و شرایط توپوگرافی منطقه است. بار باد عمود بر سطح بادگیر از نوع فشار و سطح پشت به باد ساختمان از نوع مکش است. سطح بام نیز بار باد بصورت مکش یا فشار است.

Earthquake Load - E

بار زلزله

معمولا ۹۵٪ سازه های متعارف برای نیروی زلزله طراحی می شوند. این نیرو وابسته است به وزن ساختمان، شرایط لرزه خیزی منطقه، اهمیت و کاربری سازه، شرایط خاک منطقه و نوع سیستم مقاوم لرزه ای. این نیرو ذاتا ماهیت دینامیکی دارد اما براساس مبحث ۶ می توان برای یکسری از شرایط خاص آن را بصورت یک نیروی استاتیکی معادل در نظر گرفت.



واحد تهران شرق

ترکیبات بارگذاری حالت مقاومت (وقتی زلزله و باد هم حالت مقاومت است):

(۳-۷-۹)

1. $1.4D$
2. $1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
3. $1.2D + 1.6(L_r \text{ or } S \text{ or } R) + (L \text{ or } 0.5W)$
4. $1.2D + 1.0W + L + 0.5(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
5. $1.2D + 1.0E + L + 0.2S$

ترکیبات بارگذاری حالت مجاز (وقتی زلزله و باد هم حالت مقاومت است):

1. D
2. $D + L$
3. $D + (L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
4. $D + 0.75L + 0.75(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
5. $D + (0.6W \text{ or } 0.7E)$
- 6a. $D + 0.75L + 0.75(0.6W) + 0.75(L_r \text{ or } S \text{ or } R)$
- 6b. $D + 0.75L + 0.75(0.7E) + 0.75S$



واحد تهران شرق

34

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۳-۳- مفهوم مقاومت – مقایسه دو روش طراحی:

حالات حدی نهایی و مقاومت (ULS, LRFD):

در اینجا همان رابطه اصلی (مبنا) وجود دارد بنابراین داریم:

$$\Phi R \geq \Omega S$$

به طور مثال برای $\Omega=1.5, \Phi=0.9$ داریم:

$$0.9R \geq 1.5S$$

تنش یا مقاومت مجاز (ASD):

در این روش با توجه به رابطه قبل با انتقال ضرایب داریم: (با همان ضرایب فرضی بالا)

$$(\Phi/\Omega) R \geq S$$

$$0.6R \geq S$$

S تنشهای ناشی از بارهای (ضریب دار یا بدون ضریب) وارده و R مقاومت عضو است.



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

35

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

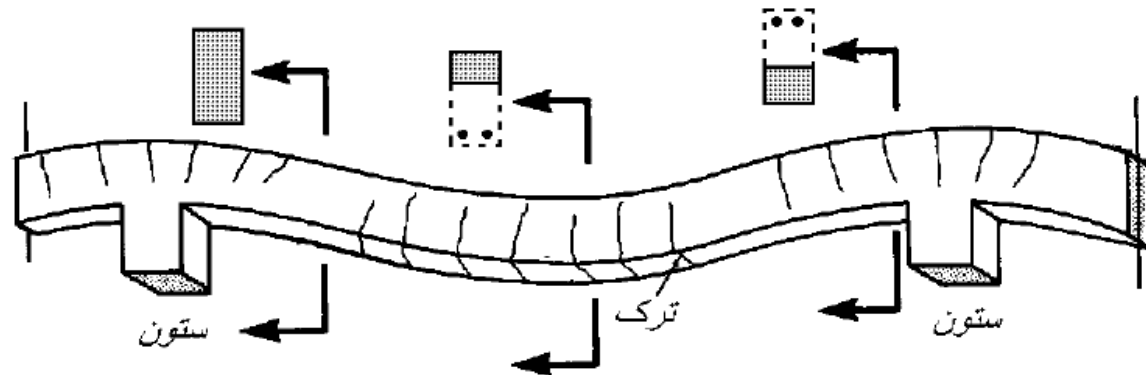
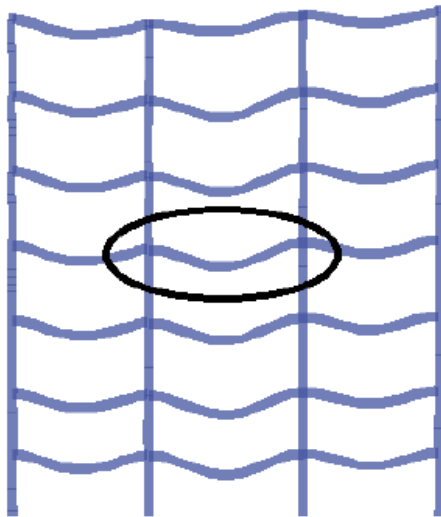
واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

لنگر وارد بر تیر تحت بارهای ثقلی و لرزه ای

به شکل زیر توجه کنید. یک تیر بتن آرمه می دهد که تحت اثر بار ثقلی خم شده است.

الف - ثقلی





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

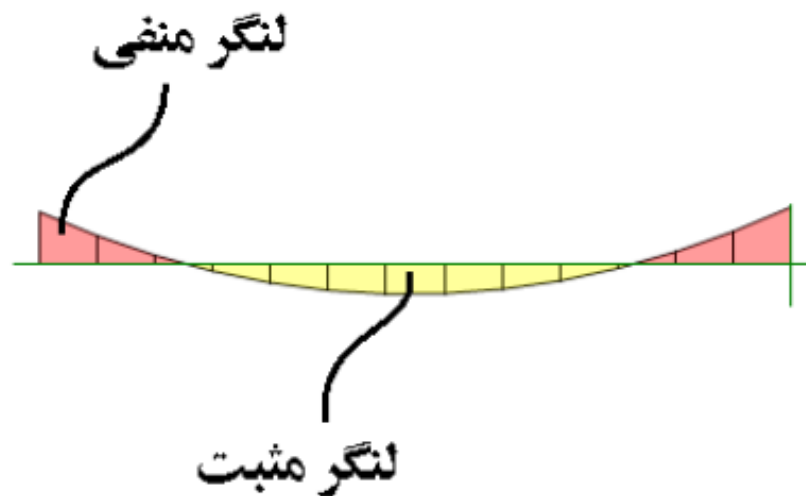
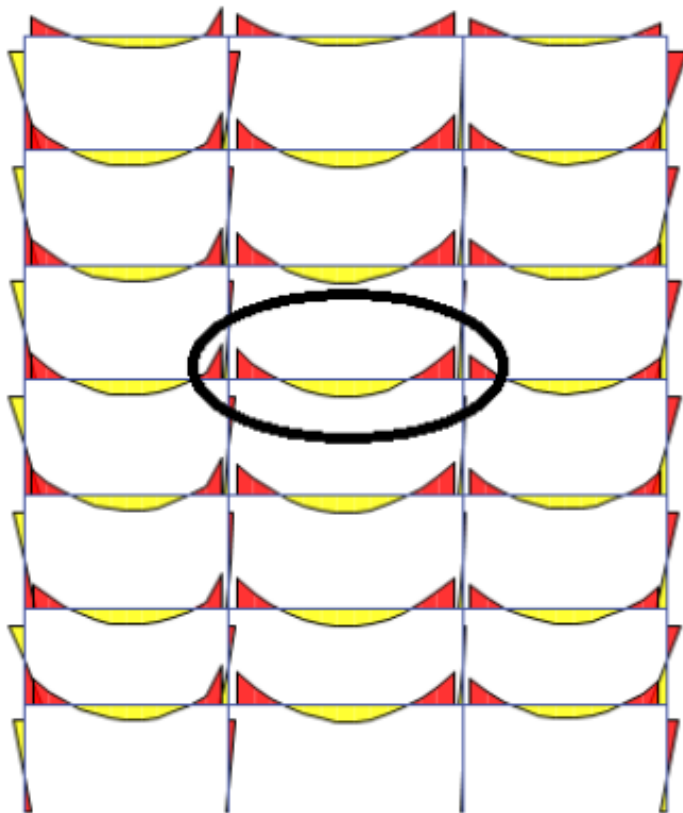
36

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

الف - ثقلی



قرار داد: در این جزوه در دیاگرام لنگر منفی در بالای نمودار ترسیم می شود و مثبت در پایین نمودار.



واحد تهران شرق

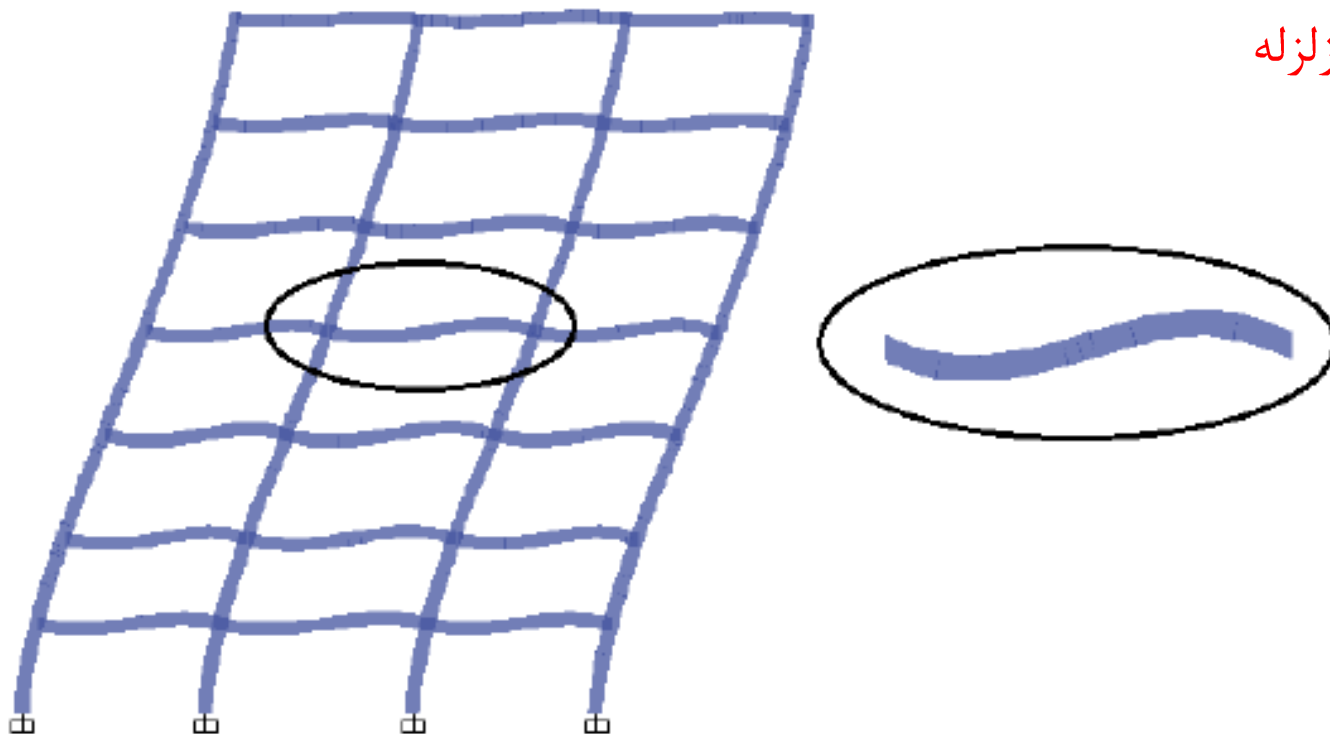
37

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

به شکل زیر نگاه کنید. تغییر شکل سازه را تحت زلزله نشان می دهد:





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

38

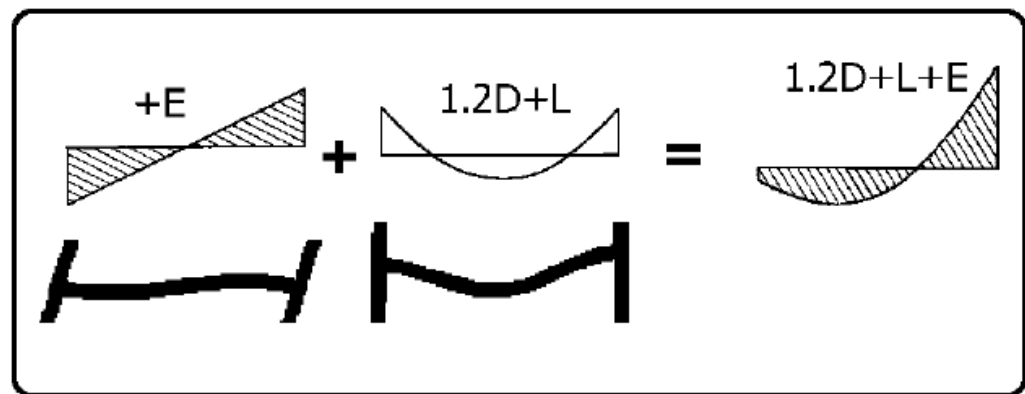
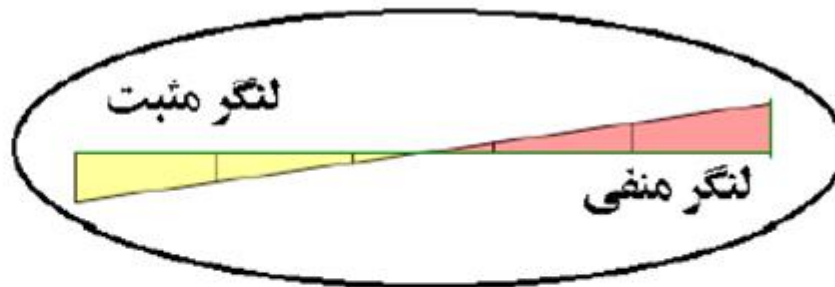
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

در قابهای خمشی تحت نیروی جانبی زلزله معمولا حداکثر لنگر در دو انتهای تیر اتفاق می افتد.

ب - زلزله





واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

39

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

– مکانیزم تحمل خمش در تیرهای بتنی

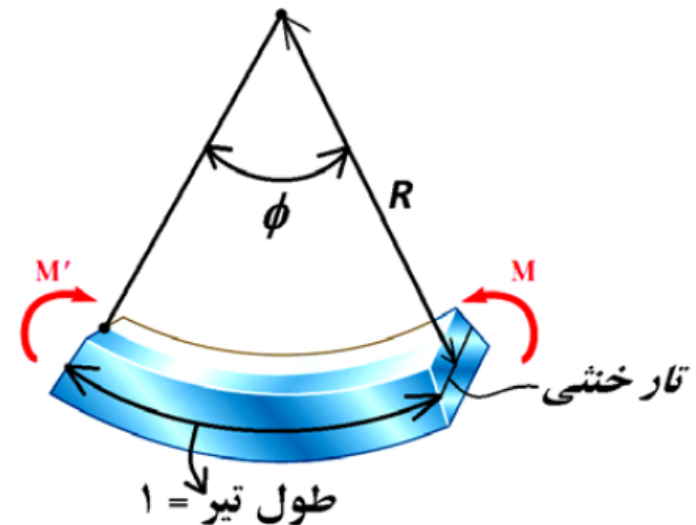
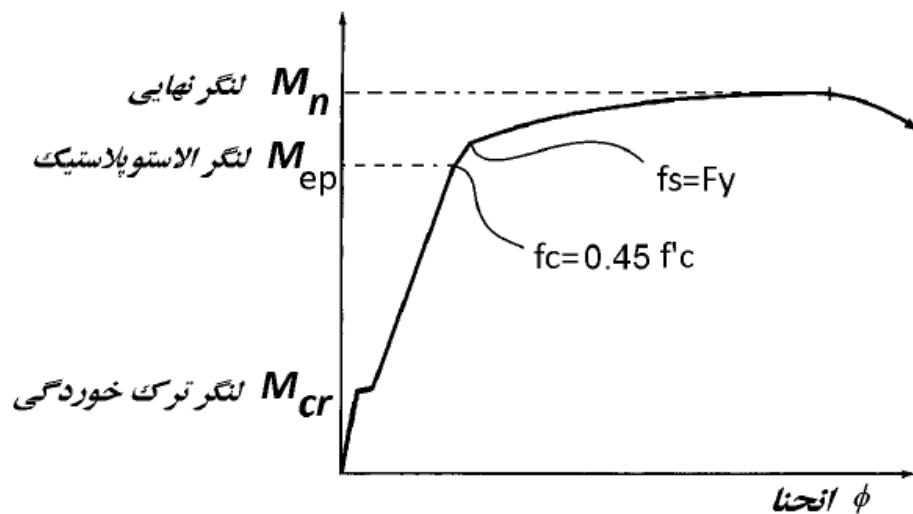
نمودار لنگر انحنا

در اعضای خمشی برای سنجش تغییر شکل عضو از مفهوم انحنا (curvature) استفاده می شود:

$$\text{انحنا} = \phi = \frac{1}{R}$$

در تیرهای فاقد خمش مقدار انحنا صفر خواهد بود.

با افزایش لنگر، مقدار انحنا افزایش می یابد.





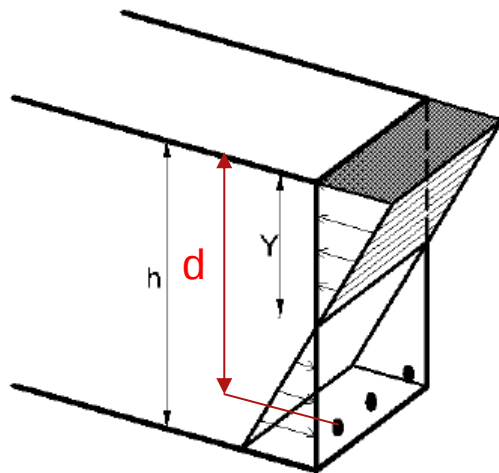
واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

سه مرحله مختلف در نمودار لنگر انحنا داریم:

۱- مرحله یک (الاستیک):

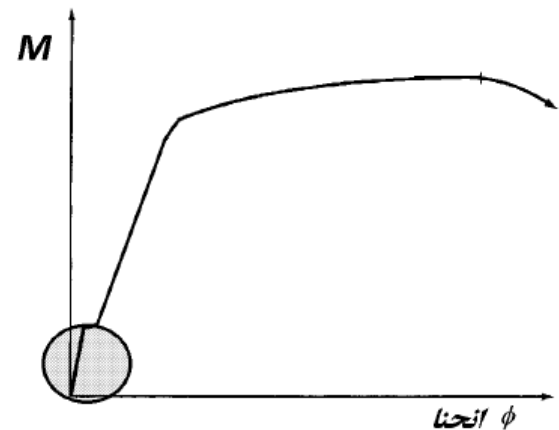
وقتی لنگر وارد بر تیر کم باشد، بتن کششی ترک نخواهد خورد. در این مرحله مطابق شکل زیر لنگر توسط سه عامل بتن کششی + فولاد کششی + بتن فشاری تحمل می شود.



$$f_c = \frac{My}{I}$$

$$f_t = \frac{M(h-y)}{I}$$

$$f_s = n \frac{M(d-y)}{I}$$



در رابطه فوق I ممان اینرسی مقطع تبدیل یافته می باشد

طبق ACI-318 می توان لنگر ترک خوردگی را بدون توجه به اثر میلگردها محاسبه کرد. رابطه زیر در بند 24.2.3.5 از ACI-318 می باشد:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (24.2.3.5b) \quad (9-19-2)$$

در رابطه فوق I_g ممان اینرسی مقطع بتنی (بدون توجه به میلگردها) میباشد

y_t فاصله محور ثقل مقطع کل، از وجه کششی، بدون توجه به میلگردها. $\leftarrow$ در مقاطع مستطیلی برابر $h/2$



واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

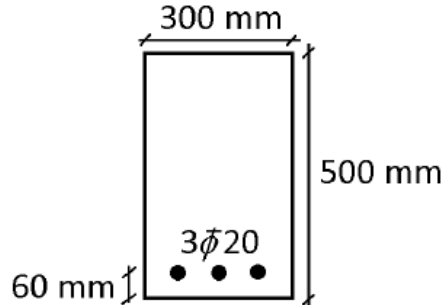
در شکل فوق n نسبت سختی فولاد به بتن می باشد:

$$f_r = 0.62\lambda\sqrt{f'_c} \quad \text{و} \quad n = \frac{E_s}{E_c}$$

مدول گسیختگی بتن

مثال:

در مقطع زیر فرض کنید مدول الاستیسیته بتن حدودا برابر $E_c = 2 \times 10^4 MPa$ می باشد و مدول الاستیسیته فولاد نیز $E_s = 2 \times 10^5 MPa$ می باشد. همچنین فرض کنید تنش فشاری مقاوم بتن برابر $f'_c = 20 MPa$ می باشد. لنگر مقاومت ترک خوردگی را بیابید.



$$f_r = 0.62\lambda\sqrt{f'_c} = 0.62 * 1 * \sqrt{20} = 2.77 \text{ MPa}$$

در رابطه فوق I_g ممان اینرسی مقطع بتنی (بدون توجه به میلگردها) میباشد.

محاسبه لنگر ترک خوردگی با رابطه ارائه شده توسط آیین نامه:

$$M_{cr} = \frac{f_r \frac{bh^3}{12}}{\frac{h}{2}} = f_r \frac{bh^2}{6} = 2.77 \times \frac{300 \times 500^2}{6} = 34.62 \text{ kN.m}$$



واحد تهران شرق

42

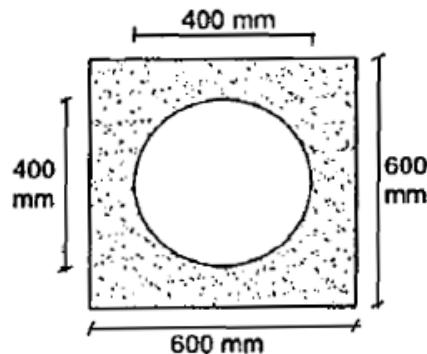
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

محاسبات ۹۵

۳۲- مقطع مجوف تیر بتن مسلح به صورت شکل از مربع با اضلاع به طول 600 mm و دایره توخالی در وسط به شعاع 200 mm تشکیل شده است. با فرض اینکه مدول گسیختگی بتن برابر $f_r = 3 \text{ MPa}$ باشد، بدون لحاظ اثر میلگردهای مقطع، لنگر خمشی ترک خوردگی تیر حول محور تقارن افقی (بر حسب kN.m) حدوداً چقدر خواهد بود؟



78 (۱)

83 (۲)

95 (۳)

108 (۴)

گزینه ۳

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{3 \left(\frac{600^4}{12} - \frac{\pi \times 200^4}{4} \right)}{300} = 95.44 \text{ kN.m}$$



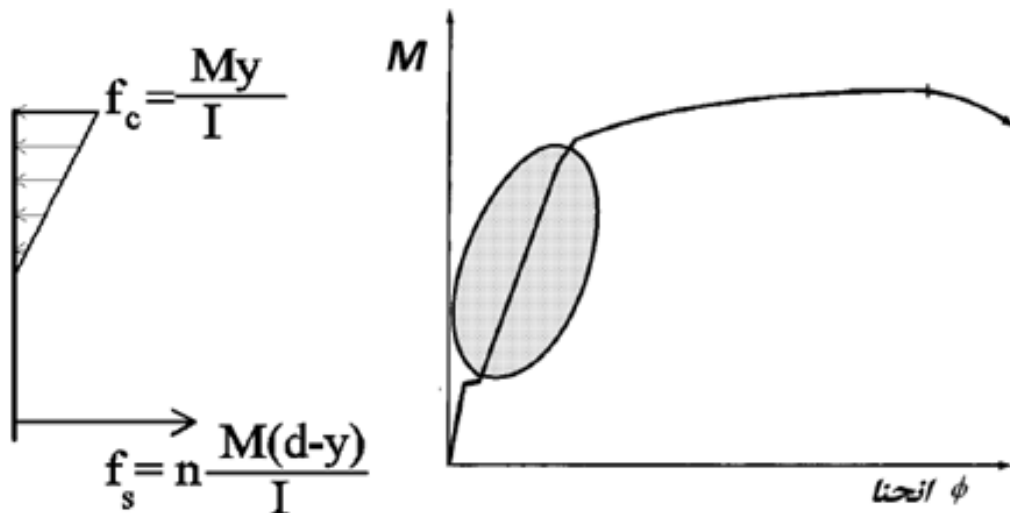
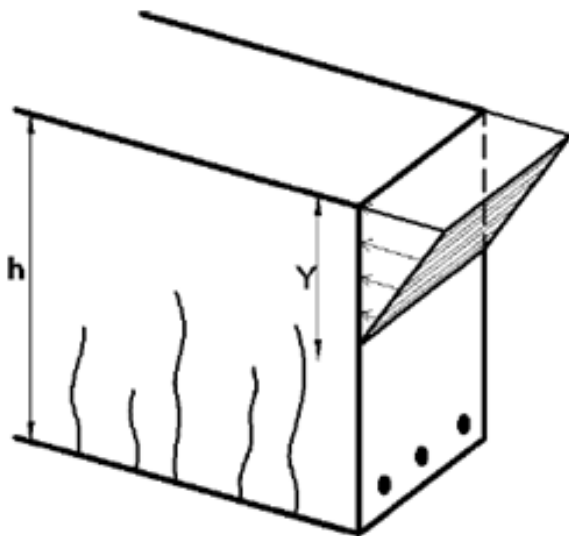
واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

۲- مرحله دو (الاستوپلاستیک): (محدوده بارهای بدون ضریب - سرویس):

در این مرحله به علت افزایش لنگر بتن کششی ترک خورده و بنابراین در تحمل لنگر مشارکت نمی کند و لنگر توسط دو عامل میلگرد کششی و بتن فشاری تحمل می شود. در این مرحله میلگردها هنوز به تسلیم نرسیده اند ($f_s < F_y$) و بتن فشاری نیز از ناحیه خطی خارج نشده است ($f_c < 0.45f'_c$).

نکته: تا قبل از $f_c < 0.45f'_c$ تنش همچنان متناسب با کرنش است.





واحد تهران شرق

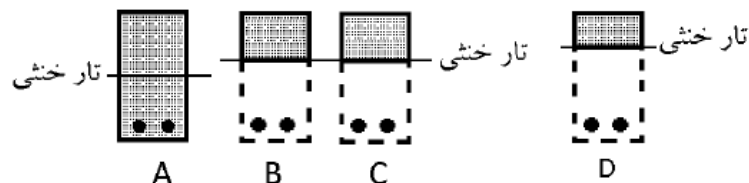
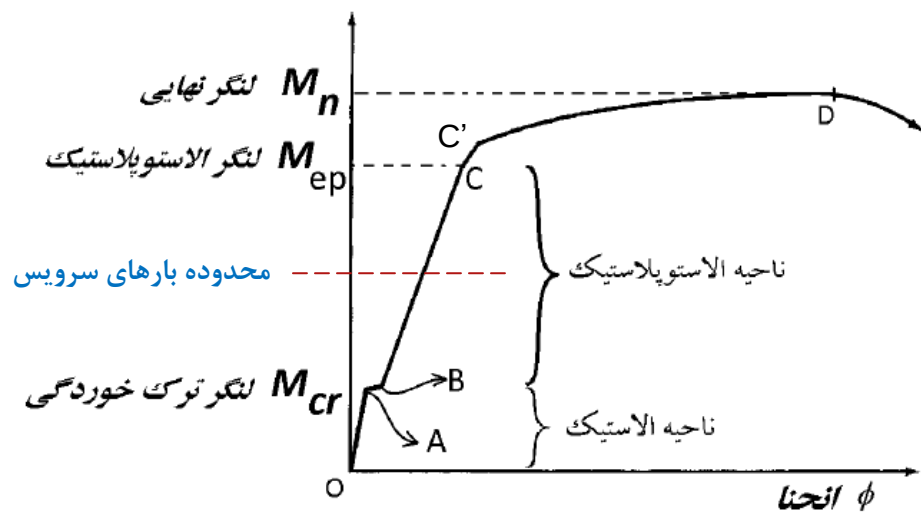
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

44

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

ناحیه الاستوپلاستیک (محدوده بارهای بدون ضریب - سرویس):



در انتقال از نقطه A به نقطه B

- ۱- ممان اینرسی مقطع به شدت کاهش می یابد.
- ۲- تنش فولادهای کششی به شدت افزایش می یابد.
- ۳- تار خنثی به سمت بالا حرکت می کند.

نکته : در محدوده الاستوپلاستیک محل تارخنثی ثابت است.

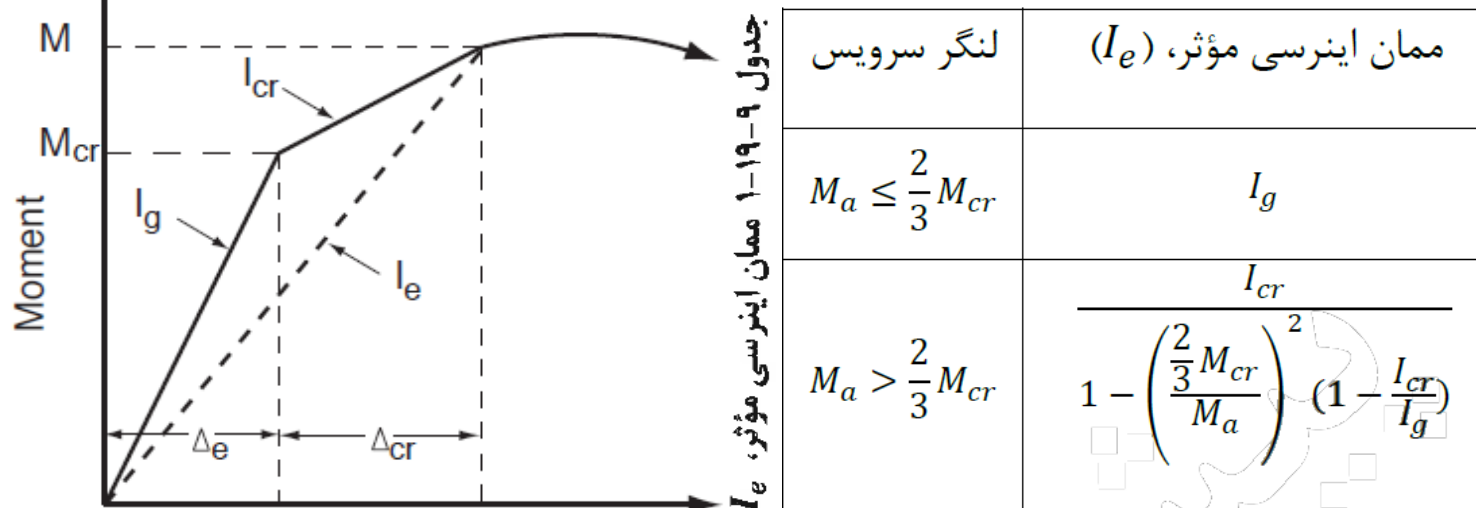


واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش (سختی موثر)

ناحیه الاستوپلاستیک (محدوده بارهای بدون ضریب - سرویس):

ممان اینرسی موثر در کنترل خیز و تغییرشکلهای آنی ناشی از بارهای بهره برداری (بدون ضریب) ثقلی در ناحیه الاستوپلاستیک: (نکته: برای محاسبه اضافه خیز دراز مدت، خیز آنی در یک ضریب $(\lambda \Delta)$ ضرب می شود)



۹-۶-۲-۲ در تحلیل برای تعیین تغییر شکل‌های آنی و بلند مدت بارهای قائم بهره برداری،

باید از ضوابط فصل ۹-۱۹ استفاده نمود. همچنین می‌توان مقادیر تغییر شکل‌های آنی را با استفاده

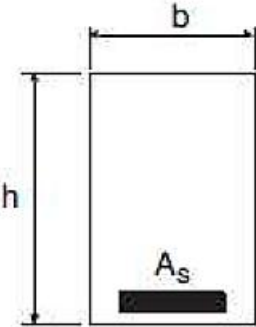
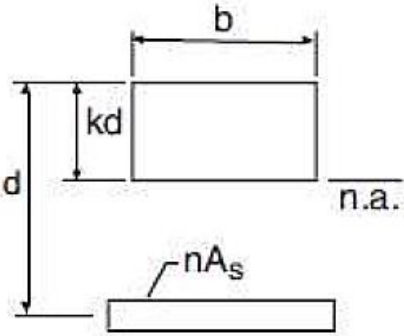
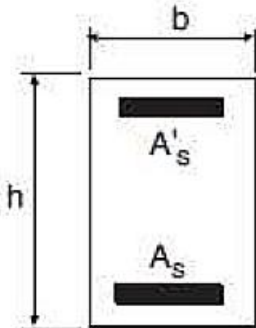
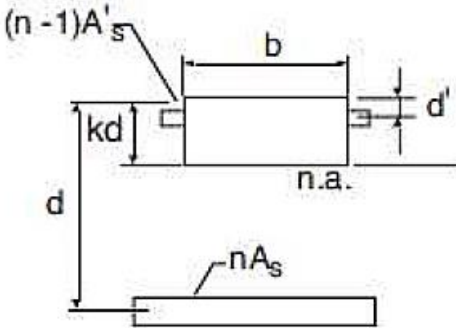
از ممان اینرسی $\frac{1}{4}$ برابر مقدار I که بر اساس بند ۹-۶-۵-۳-۱ و یا هر روش دقیق‌تر تحلیلی (جدول ۹-۶-۲ ده صفحه جلوتر)

دیگری به دست آمده، محاسبه نمود. مقدار I در هر حال نباید بزرگ‌تر از I_g در نظر گرفته شود.



واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش (سختی موثر)

Gross Section	Cracked Transformed Section	Gross and Cracked Moment of Inertia
	 Without compression steel	$n = \frac{E_s}{E_c}$ $B = \frac{b}{(nA_s)}$ $I_g = \frac{bh^3}{12}$ Without compression steel $kd = (\sqrt{2dB + 1} - 1)/B$ $I_{cr} = b(kd)^3/3 + nA_s (d - kd)^2$
	 With compression steel	With compression steel $r = (n-1)A'_s / (nA_s)$ $kd = \left[\sqrt{2dB(1 + rd'/d) + (1+r)^2} - (1+r) \right] / B$ $I_{cr} = b(kd)^3/3 + nA_s (d - kd)^2 + (n-1)A'_s (kd - d')^2$



واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش (عرض ترک)

۹-۱۹-۳ ترک خوردگی

۹-۱۹-۳-۱ در تیرها و دال‌های یکطرفه برای کنترل عرض ترک‌ها و میزان گسترده‌گی آنها در ناحیه تحت کشش بتن کافی است فاصله مرکز به مرکز میلگردهای خمشی آجدار، s ، از حدودی که در زیر تعیین شده اند تجاوز نکند.

$$s = 380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2.5c_c \quad \text{mm} \quad (۹-۱۹-۵)$$

$$s = 300 \left(\frac{280}{f_s} \right) \quad \text{mm} \quad (۹-۱۹-۶)$$

در این روابط:

f_s : میزان تنش در آرماتور کششی زیر اثر بارهای بهره‌برداری، مگا پاسکال

c_c : کم‌ترین فاصله‌ی سطح میلگردهای کششی آجدار از وجه کششی عضو بر حسب میلی متر.

۹-۱۹-۳-۲ در محاسبه تنش کششی f_s در آرماتورها، بجای محاسبه دقیق بر مبنای روابط سازگاری کرنش‌ها در

ارتفاع مقطع، می‌توان آنرا برابر با $\frac{2}{3}f_y$ بحساب آورد.



واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش (عرض ترک)

جدول ۹-۴-۶ پوشش بتن روی میلگرد برای اجزاء بتنی

شرایط محیطی سازه بتنی	نوع عضو	میلگردها	پوشش روی میلگردها (mm)
بتن در تماس دائم با خاک است	کلیه اعضاء	کلیه میلگردها	۷۵
بتن در تماس با هوا و یا تماس غیر دائم با خاک است	کلیه اعضاء	میلگردهای به قطر ۱۸ تا ۵۸ میلیمتر	۵۰
		میلگردها و سیم‌های به قطر ۱۶ میلیمتر و کمتر	۴۰
بتن در تماس با هوا و یا خاک نیست	دال‌ها، تیرچه‌ها و دیوارها	میلگردهای بزرگتر از قطر ۳۶ میلیمتر	۴۰
		میلگردهای قطر ۳۴ میلیمتر و نازک‌تر	۲۰
	تیرها، ستون‌ها، ستون‌پایه‌ها و اعضای کششی	آرماتورهای طولی، خاموت‌ها، بست‌ها، دورپیچ‌ها و تنگ‌ها	۴۰ 



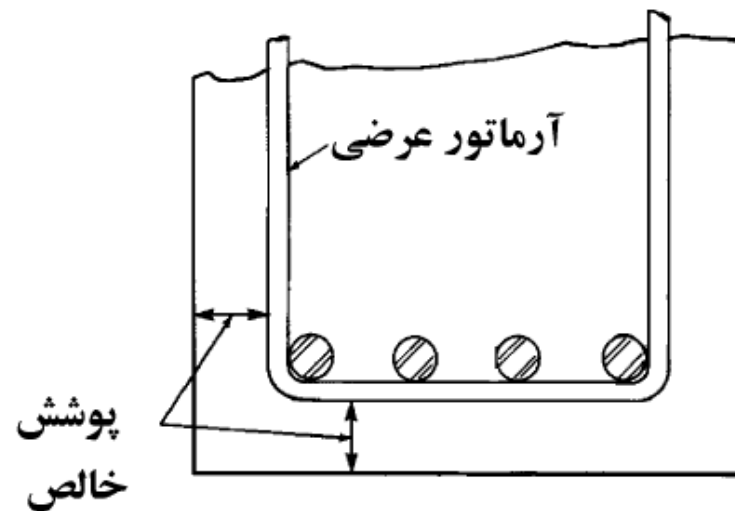
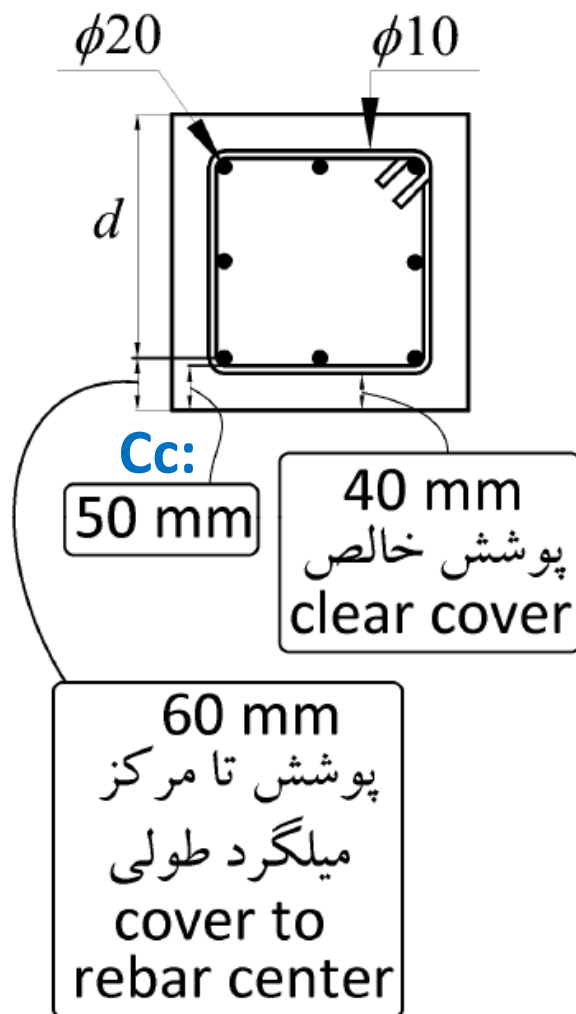
واحد تهران شرق

49

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش (عرض ترک)





واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش (عرض ترک)

One-way Slab Example 1: Nonprestressed one-way slab

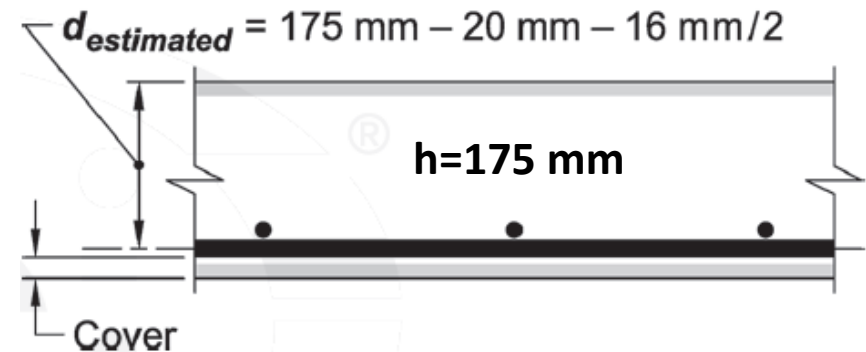
Concrete—

$f'_c = 35 \text{ MPa}$ (normalweight concrete)

$f_y = 420 \text{ MPa}$

20 mm cover

No.16 bars



۹-۷-۵-۳ حداکثر فاصله ی آرماتورهای آجدار باید کوچکترین از دو مقدار $3h$ و 350 میلی متر باشد.

For reinforcement closest to the tension face, the spacing between reinforcement is the lesser of (a) and (b):

(a) $300(280/f_s)$

(b) $380(280/f_s) - 2.5c_c$

$f_s = 2/3f_y = 280 \text{ MPa}$

The maximum spacing of deformed reinforcement is the lesser of $3h$ and 350 mm

(a) $300(280/280) = 300 \text{ mm}$ **Controls**

(b) $380(280/280) - 2.5(20 \text{ mm}) = 330 \text{ mm}$

$3(175 \text{ mm}) = 525 \text{ mm} > 350 \text{ mm}$

Therefore, Section 24.3.2 controls; 300 mm

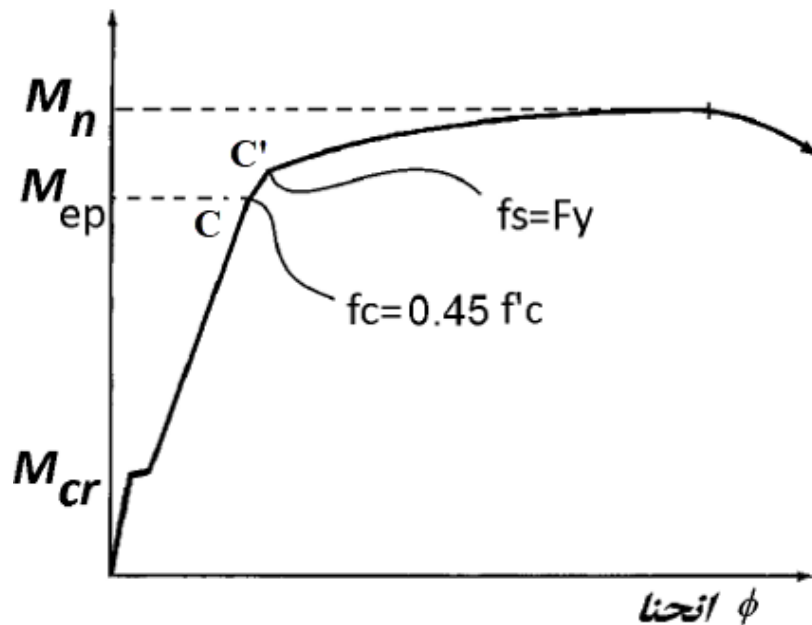


واحد تهران شرق

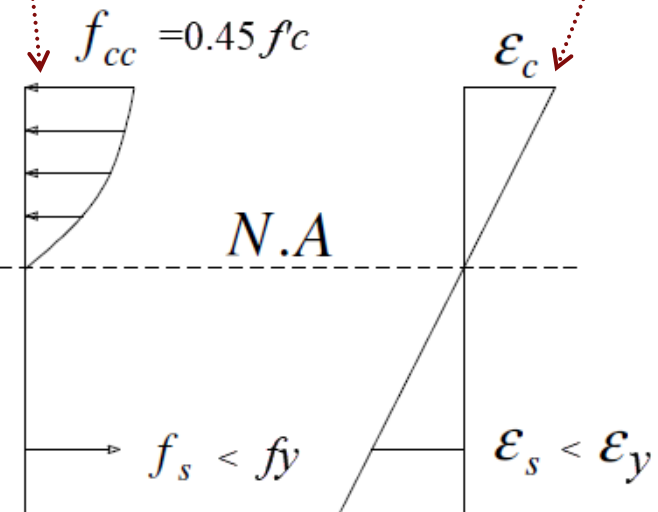
۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

رفتار غیرخطی بتن تا مقاومت جاری شدن

از نقطه C به بعد نمودار تنش کرنش به صورت غیر خطی می شود و با افزایش بار با اینکه تغییرات کرنش در ارتفاع خطی است تنش متناسب با کرنش تغییر نکرده و توزیع تنش فشاری در بتن به صورت غیر خطی می گردد و بر مقدار تنش کششی فولاد نیز افزوده می شود تا در نقطه C' که فولاد جاری می گردد.



(از نقطه C تا
قبل از C')





واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

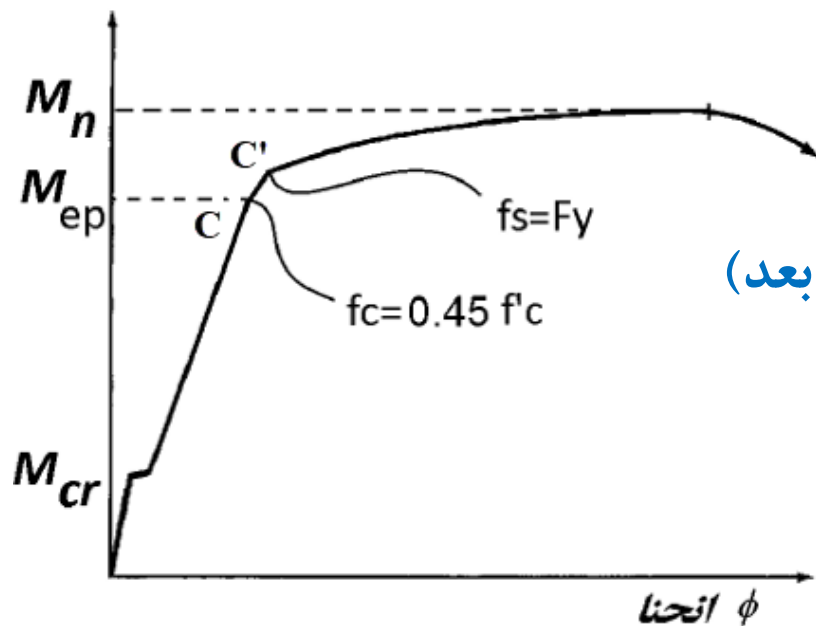
52

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

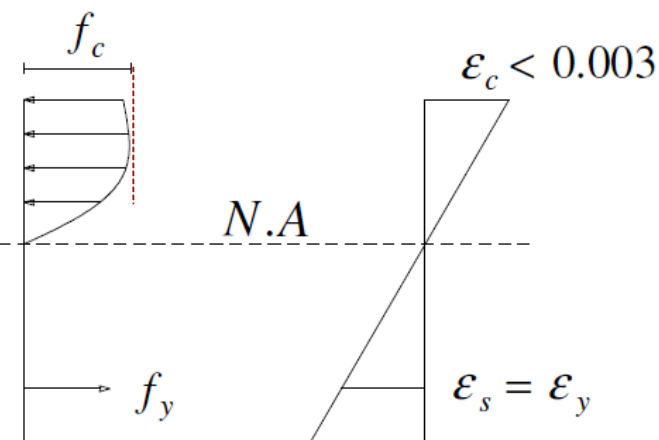
۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

رفتار و مقاومت جاری شدن (M_y) تا مقاومت نهایی (M_n)

در حالتی که مقطع برای حالت نرم طراحی شده باشد با افزایش تنش در فولاد و رسیدن تنش به حد تسلیم در نقطه C' فولاد جاری می شود و با افزایش تغییر شکل فولاد در ناحیه کششی، ترکهای ایجاد شده به سمت بالا حرکت می کنند و از طول ناحیه فشاری کاسته می شود.



(از نقطه C' به بعد)





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

53

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

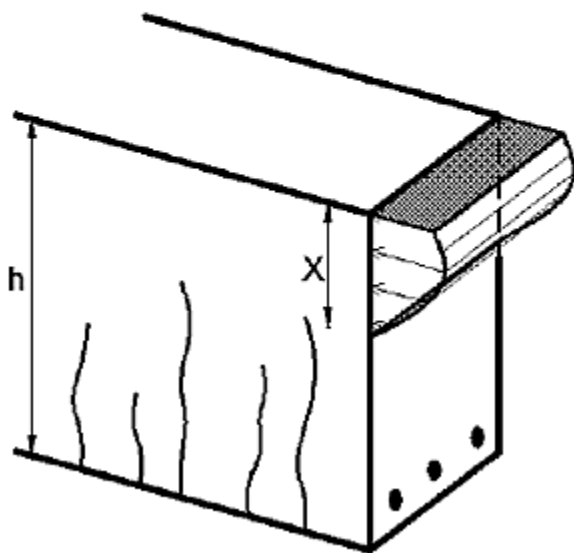
۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

لنگر نهایی مقطع (M_n)

۳- مرحله سه (پلاستیک):

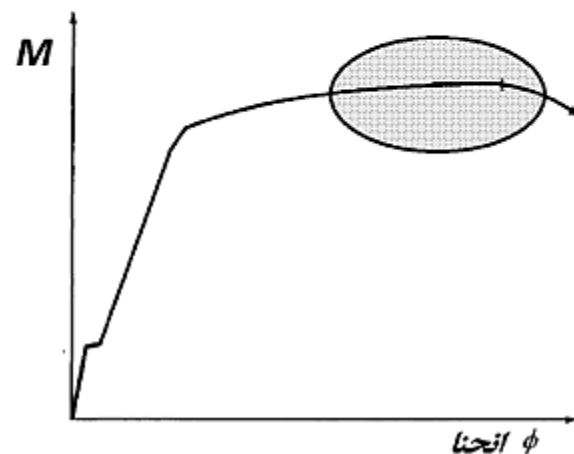
در این مرحله بتن و یا فولاد از ناحیه خطی عبور کرده اند.

دوران مقطع تا رسیدن کرنش در دورترین تار فشاری بتن به 0.003 ادامه پیدا می کند. کرنش فولاد در حال افزایش است. تنش در فولاد و بتن ثابت است اما توزیع آن در بتن کمی تغییر می کند. (ممکن است تنش در فولاد اندکی افزایش یابد).



$$f_c \neq \frac{My}{I}$$

$$f_s \neq n \frac{M(d-y)}{I}$$





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

54

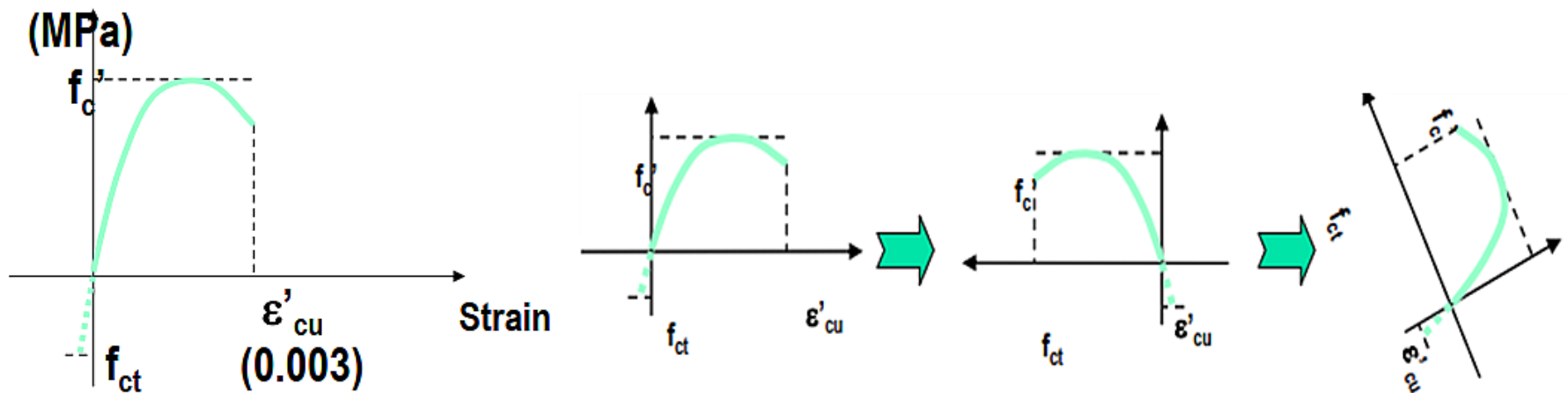
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

لنگر نهایی مقطع (Mn)

نکته: در طول مسیر و از نقطه C به بعد تنش در دورترین تار فشاری به f'_c رسیده و بعد شروع به کاهش می کند و تارهای پایین تر به تنش f'_c می رسند. در این زمان با کاهش تنش در تار بالایی بتن، کرنش به مقدار نهایی خود می رسد:





واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش (سختی موثر)

نکته : به دلیل کاهش سختی مقطع خمشی باید از ضرایب کاهش سختی (ترک خوردگی) در تحلیل استفاده شود.

جدول ۹-۶-۲ (الف) - ممان اینرسی و سطح مقطع مجاز اعضاء در تحلیل الاستیک برای بارهای ضریب دار

عضو و شرایط آن	ممان اینرسی	سطح مقطع
ستونها	$0.7I_g$	$1.0A_g$
دیوارها	$0.7I_g$	
	$0.35I_g$	
تیرها	$0.35I_g$	
دال‌های تخت و دال‌های قارچی	$0.25I_g$	

عضو	مقادیر ممان اینرسی		
	حداکثر	I	حداقل
ستونها و دیوارها	$0.875I_g$	$(0.8 + 25 \frac{A_{st}}{A_g})(1 - \frac{M_u}{P_u h} - 0.5 \frac{P_u}{P_0})$	$0.35I_g$
تیرها، دال‌های تخت و دال‌های قارچی	$0.5I_g$	$(0.10 + 25\rho)(1.2 - 0.2 \frac{b_w}{d})I_g$	$0.25I_g$

جدول ۹-۶-۲-ب
مقادیر دقیق‌تر



واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش (سختی موثر)

محاسبات ۹۲

۲۴- در تحلیل یک قاب خمشی بتن مسلح در برابر بار زلزله، فرض مناسب برای سختی مؤثر تیر و ستون جهت طراحی اعضای سازه به ترتیب متناسب است با:

$$El_g \quad , \quad El_g \quad (۱)$$

$$El_g \quad , \quad 0.5El_g \quad (۲)$$

$$0.7El_g \quad , \quad 0.35El_g \quad (۳)$$

$$El_g \quad , \quad 0.7El_g \quad (۴)$$

نکته : برای محاسبه زمان تناوب سازه (متناسب با استاندارد ۲۸۰۰) از ۱.۴ برابر ضرایب ترک خوردگی طراحی نهایی، یعنی گزینه ۲ استفاده می شود.



واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

57

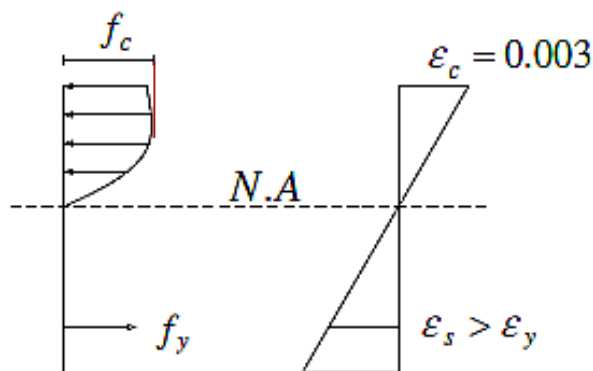
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

لنگر نهایی مقطع (Mn)

فرضیات اساسی خمش:

- ۱- اصل برنولی: مقاطع قبل و بعد از خمش مسطح باقی می ماندند.
- ۲- معیار خرابی بتن رسیدن به f'_c نیست. بلکه رسیدن کرنش ها به $\epsilon_{cu}=0.003$ است. ۳-۲-۲-۸-۹
بنابراین علاوه بر بررسی تنش های وارد شده بر مقطع مقادیر کرنش ها نیز باید بررسی شوند و خرابی مقطع بر اساس مقادیر کرنش ها در بتن و فولاد تعیین شود.
- ۳- فولاد و بتن پیوسته هستند. یعنی فولاد آجدار در داخل بتن نمی لغزد و بنابراین کرنش طولی فولاد و بتن با هم برابر هستند.





واحد تهران شرق

لنگر نهایی مقطع

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

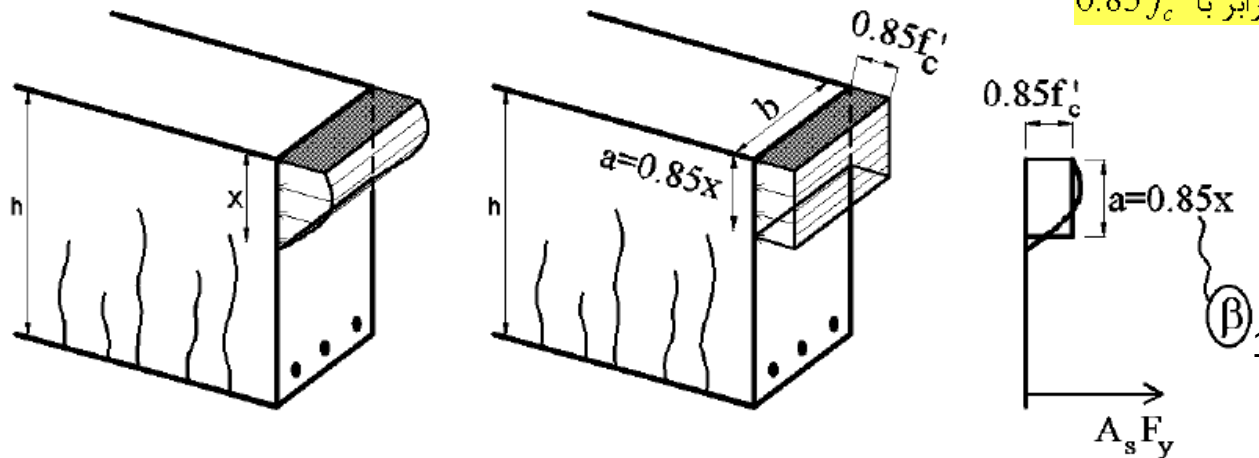
بلوک معادل تنش ویتنی (Whitney Stress Block)

جهت ساده سازی محاسبات، ACI-318 اجازه میدهد برای محاسبه مقاومت خمشی نهایی مقطع به جای استفاده از دیاگرام تنش سهمی شکل، از دیاگرام تنش مستطیلی یکنواخت (شکل زیر) استفاده شود. بلوک معادل مستطیلی اولین بار توسط Whitney معرفی شد.

• در این روش به جای تنش متغیر، تنش یکنواخت به شدت $0.85f'_c$ در ارتفاع معادل با $a = \beta_1 \times x$ در نظر گرفته میشود.

۹-۸-۲-۶ تنش فشاری بتن برابر با $0.85f'_c$

$$\alpha = 0.85$$



$$\beta_1 = 0.85$$

۹-۸-۳-الف) برای $17 \leq f'_c \leq 28 \text{ MPa}$

$$\beta_1 = 0.85 - \frac{0.05}{7}(f'_c - 28) \geq 0.65 \quad \text{برای } f'_c > 28 \text{ MPa} \quad \text{۹-۸-۳-ب)}$$



واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

59

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش لنگر نهایی مقطع

۹-۲-۷ در صورتی که از بتن با مقاومت بیش از ۵۵ مگاپاسکال استفاده شود، تنش فشاری

$$\alpha = \alpha_0$$

بتن را می‌توان برابر با $\alpha_0 f'_c$ و با توزیع مشابه بند قبلی در نظر گرفت. در این حالت ضریب α_0 به صورت زیر تعیین می‌گردد. (برای طرح سازه ای با بتن با مقاومت بالا در مناطق لرزه ای)

$$\alpha_0 = 0.85 - \frac{0.022}{7} (f'_c - 55) \geq 0.7 \quad \text{ACI ITG-4.3R-07 براساس (۹-۸-۴)}$$



**Report on Structural Design and
Detailing for High-Strength Concrete in
Moderate to High Seismic Applications**

ACI ITG-4.3R-07

4.8—Recommendations

“factor α_1 shall be taken as 0.85 for concrete strengths f'_c up to and including 55 MPa. For strengths above 55 MPa, α_1 shall be reduced continuously at a rate of 0.0022 for each 6.9 MPa of strength in excess of 55 MPa, but α_1 shall not be taken less than 0.70.”



واحد تهران شرق

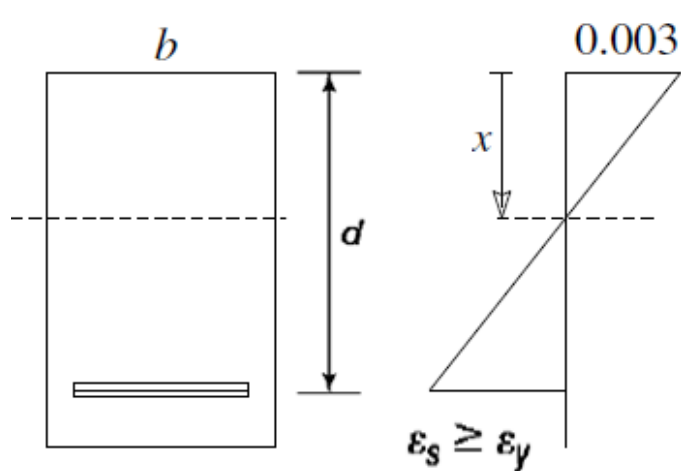
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

60

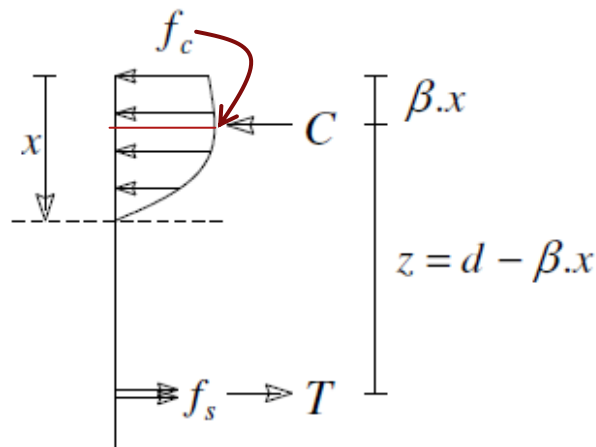
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

لنگر نهایی مقطع

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش



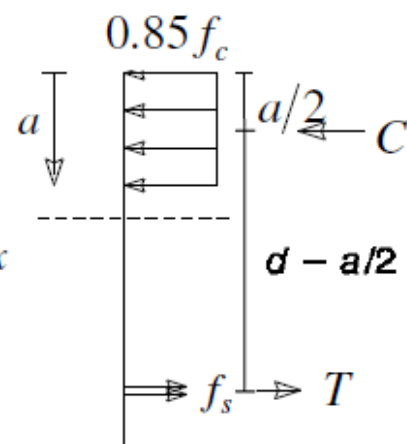
$$\varepsilon_s = \frac{d-x}{x} \varepsilon_{cu}$$



$$C = \int_x f(c) dx$$

$$T = A_s \cdot f_y$$

$$(f_s = f_y)$$



$$C = 0.85 f_c \cdot a \cdot b$$

$$T = A_s \cdot f_y$$

$$a = \beta_1 \cdot x$$

بلوک معادل سازی شده فوق بر اساس دو شرط زیر ارائه شده است:

۱- مساحت زیر منحنی در بلوک تنش با مساحت زیر منحنی در تنش واقعی برابر باشد.

۲- مرکز سطح بلوک معادل با مرکز سطح دیاگرام تنش واقعی برابر باشد.

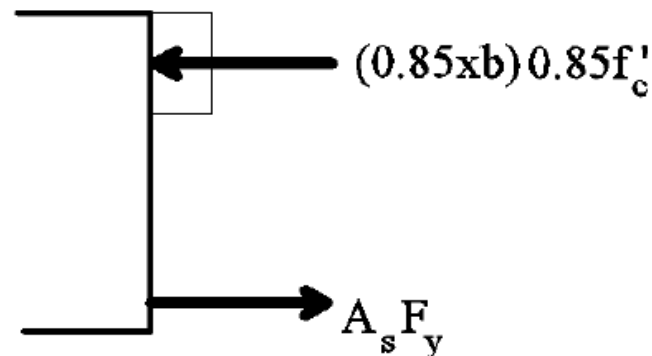
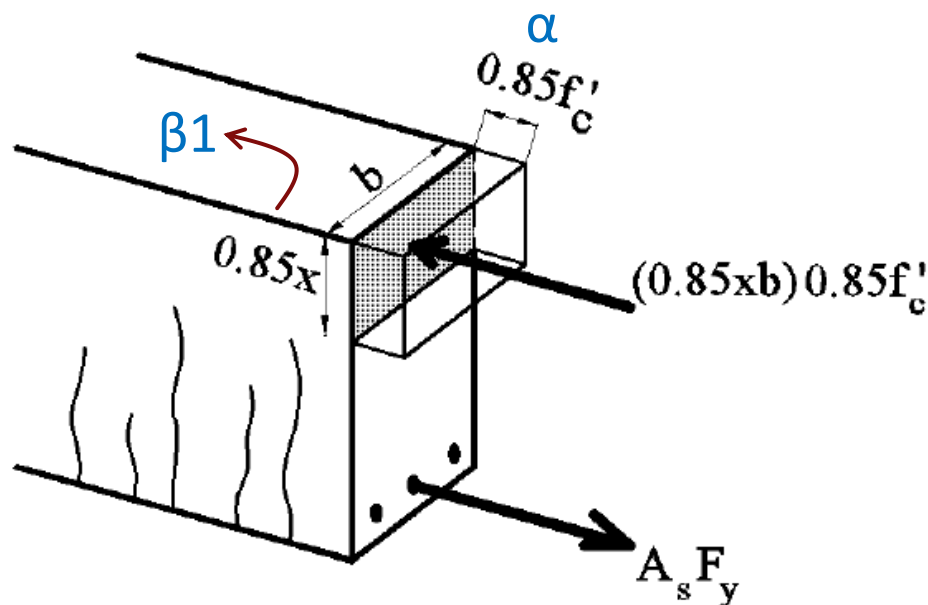


واحد تهران شرق

لنگر نهایی مقطع

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

محاسبه محل تار خنثی تحت لنگر نهایی



- در شکل فوق فرض شده است که تنش بتن کمتر از 28MPa می باشد و بنابراین مقدار $\beta_1 = 0.85$ فرض شده است.
- در شکل فوق فرض شده است که آرماتورهای کششی به تسلیم می رسند.

$$C = T \rightarrow A_s F_y = (\beta_1 x)(b)(0.85 f'_c)$$

$$x = \frac{A_s F_y}{\beta_1 (b)(0.85 f'_c)}$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

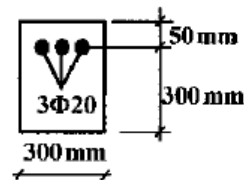
واحد تهران شرق

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع کم آرماتور

محاسبات - ۹۱

۳۴- در هنگام شکست تیر شکل زیر، تار خمشی در چه فاصله‌ای از تار فوقانی تیر بر حسب mm قرار می‌گیرد؟



۲۶۵ (۱)

۲۴۵ (۲)

۱۱۰ (۳)

۹۰ (۴)

مقادیر f_c و F_y باید مشخص باشد که طراح فراموش کرده مشخص کند. علاوه بر این باید ذکر شود که تیر تحت اثر لنگر منفی قرار دارد. با فرض $f_c = 25 \text{ MPa}$ و $F_y = 400 \text{ MPa}$ داریم:

$$f'_c \leq 55 \text{ MPa}$$

$$\alpha = 0.85$$

$$\beta_1 = 0.85$$

$$\text{برای } 17 \leq f'_c \leq 28 \text{ MPa}$$

$$x = \frac{A_s(F_y)}{\alpha\beta(b)(f'_c)} = \frac{3 \times 314 \times 400}{0.723 \times 300 \times 25} = 69.5 \text{ mm}$$

از زیر
مقطع

ارتفاع از بالا:

$$350 - 69.5 = 280.5 \text{ mm}$$

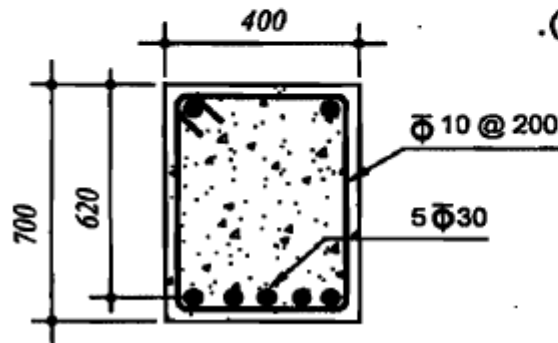


واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

محاسبات ۹۴

۲۹- با فرض خطی بودن توزیع کرنش در ارتفاع مقطع تیر با شکل مقابل، کرنش فولاد تحت لنگر خمشی مقاوم مقطع به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ بتن از رده C70 و رده فولاد میلگردها S400 و $E_s = 200 \text{ GPa}$ می باشد. در محاسبات از آرماتور فشاری صرف نظر گردد. (ابعاد به میلی متر و پنج میلگرد پایین تحت کشش هستند).



0.0152 (۱)

0.0028 (۲)

0.0020 (۳)

0.0128 (۴)

$$\beta_1 = 0.85 - \frac{0.05}{7}(f'_c - 28) \geq 0.65 \quad \text{برای } f'_c > 28 \text{ MPa} \quad \left| \quad 0.85 - \frac{0.05}{7}(70 - 28) = 0.55 \right.$$

use 0.65

$$x = \frac{A_s(F_y)}{\alpha\beta(b)(f'_c)} = \frac{5 \times 706.9 \times 400}{0.802 \times 0.65 \times 400 \times 70} = 96.86 \text{ mm} \quad \left| \quad \alpha_0 = 0.85 - \frac{0.022}{7}(f'_c - 55) \geq 0.7 \right.$$

$$\varepsilon_s = \frac{d - x}{x} \varepsilon_{cu} = \frac{620 - 96.86}{96.86} \times 0.003 = 0.016$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

64

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

اثرات میزان آرماتور بر رفتار مقطع

نکته : درصد فولاد در یک مقطع به صورت زیر تعریف می گردد که در این رابطه b عرض مقطع و d فاصله دورترین تار فشاری مقطع تا مرکز ثقل فولاد های کششی می باشد.

$$\rho = \frac{A_s}{b.d}$$

نکته : درصد فولاد متعادل یا ρ_b نسبت فولادی است که در مرز بین کم یا زیاد بودن میلگرد در لحظه مقاومت نهائی قرار دارد و میزان فولادی است که به ازای آن درست در لحظه ای که کرنش در دورترین تار فشاری بتن به 0/003 می رسد فولاد نیز به حد جاری شدن می رسد.

خواهیم دید که :

- با افزایش مساحت میلگردها مقاومت خمشی مقطع افزایش می یابد.
- با افزایش مساحت میلگردها شکل پذیری کاهش می یابد و مقطع قبل از انجام تغییر شکل های زیاد دچار شکست می شود.



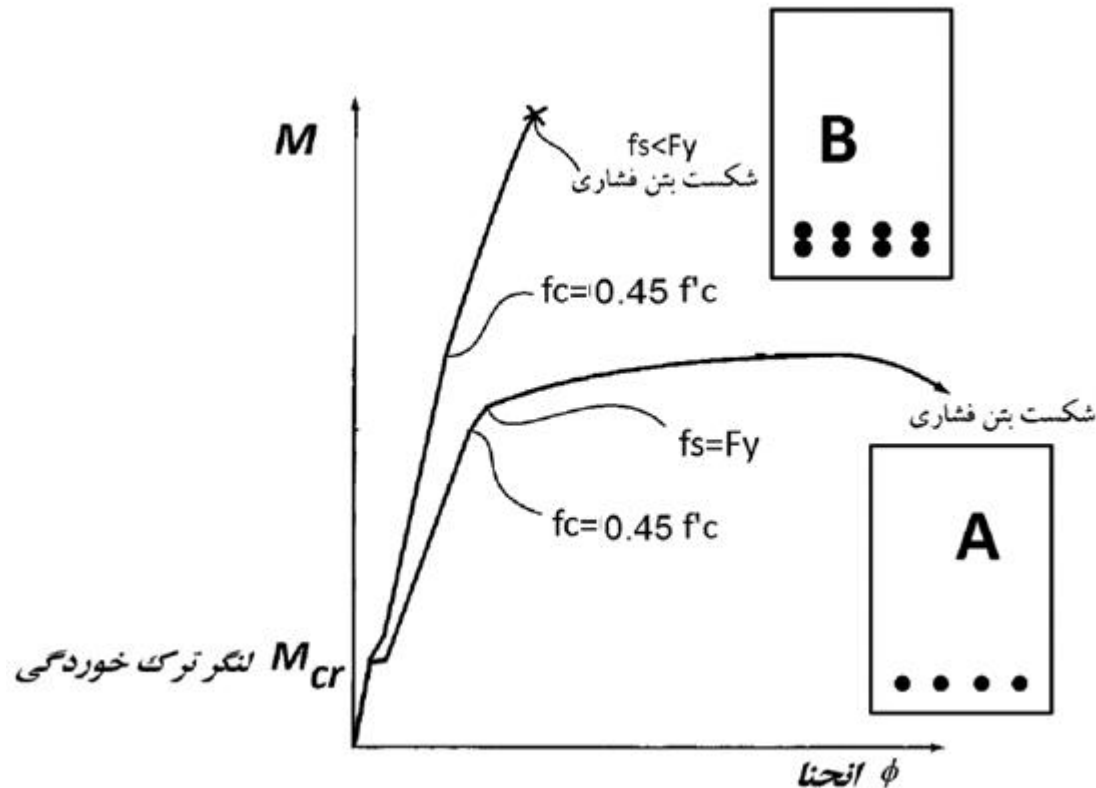
واحد تهران شرق

65

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش



- در شکل B مقطع "پرفولاد" می باشد. در مقاطع پر فولاد در لحظه نهایی خرابی خمشی مقطع، دورترین ردیف فولادهای کششی به تسلیم نمی رسند.
- شکل پذیری مقاطع پرفولاد پایین می باشد. این مقاطع ترد شکن هستند.

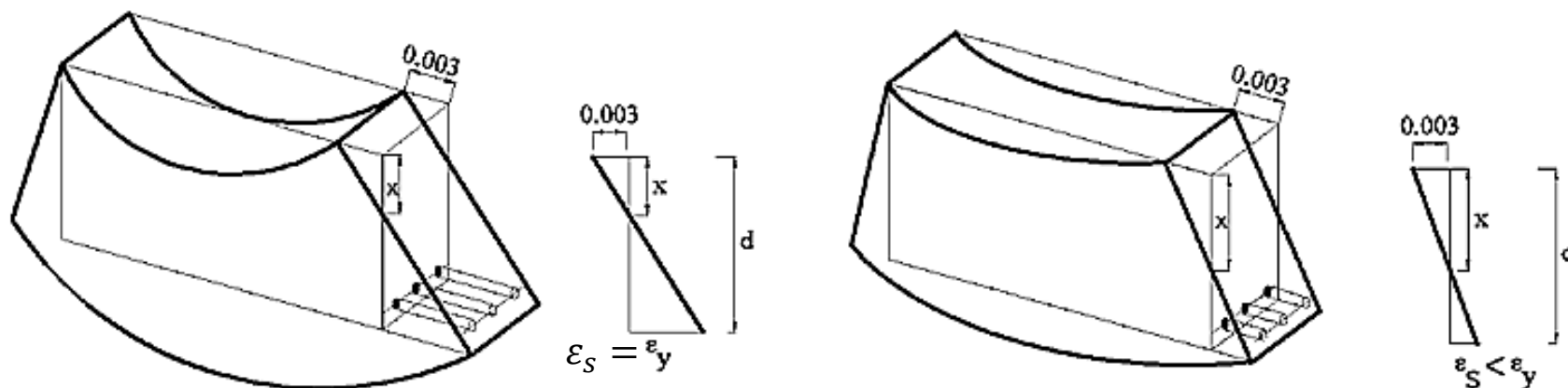


واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

شکل زیر لحظه نهایی خرابی یک مقطع بتنی تحت خمش را نشان میدهد. در لحظه نهایی کرنش بتن فشاری برابر $\epsilon_{cu} = 0.003$ فرض می شود. در شکل زیر:

- در صورتی که کرنش دورترین ردیف میلگردهای کششی بزرگتر از ϵ_y باشد، مقطع را کم فولاد مینامیم
- در صورتی که کرنش دورترین ردیف میلگردهای کششی کمتر از ϵ_y باشد، مقطع را پر فولاد مینامیم (شکل سمت راست)
- در صورتی که کرنش دورترین ردیف میلگردهای کششی برابر با ϵ_y باشد، خواهیم گفت مقطع در حالت متوازن (بالانس) قرار دارد (شکل سمت چپ)



نکته: متناسب با این رفتارها ضرایب کاهش مقاومت خمشی نیز متفاوت خواهد بود.



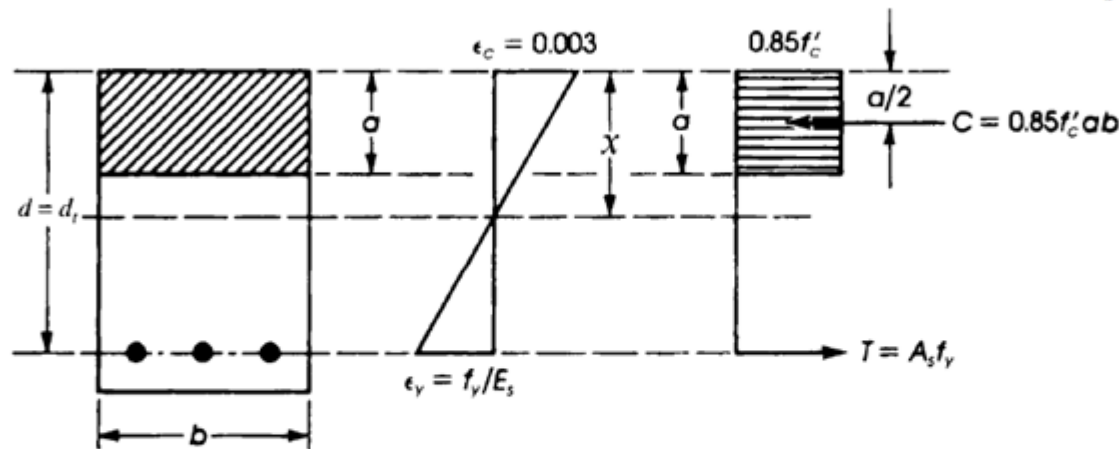
واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

محاسبه درصد میلگرد متوازن (بالانس)

تسلیم

به شکل زیر توجه کنید. مساحت فولادهای کششی طوری انتخاب شده است که هنگام خرابی مقطع (رسیدن بتن به $\epsilon_u = 0.003$ کرنش در فولادهای کششی برابر $\epsilon_y = \frac{f_y}{E}$ می باشد. در این حالت عمق تار خنثی (X) از دیاگرام کرنش (حرکت) بدست می آید:



$$E_s = 2.0 \times 10^5 \text{ MPa}$$

$$\frac{x b}{0.003} = \frac{d}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} \Rightarrow x b = \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} d \Rightarrow x b = \frac{600}{600 + f_y} d \quad \text{و} \quad a_b = \beta_1 x$$

$$A_s f_y = 0.85 f'_c a b \Rightarrow \frac{(A_s)_b}{b d} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{600}{600 + f_y} \Rightarrow \rho_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \left(\frac{600}{600 + f_y} \right)$$



واحد تهران شرق

68

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

محاسبات ۹۴

۳- تیری با مقطع مستطیل شکل ($d=500 \text{ mm}$, $b=300 \text{ mm}$) مفروض است. در صورتیکه فولاد مصرفی از نوع S400 و بتن مصرفی در حالت اول از رده C30 و در حالت دوم از رده C60 باشد، نسبت فاصله محور خنثی تا دورترین تار فشاری بتن در مقطع متعادل در حالت اول به همین فاصله در حالت دوم به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟

۱.۰۶ (۴)

۱.۰۰ (۳)

۰.۹۴ (۲)

۰.۹۰ (۱)

پاسخ: ارتفاع تارخنثی ربطی به مقاومت بتن ندارد.

$$x = \frac{0.003}{0.003 + \frac{f_y}{E_s}} d = x = \frac{600}{600 + f_y} d = \frac{600}{600 + 400} 500 = 300 \text{ mm}$$



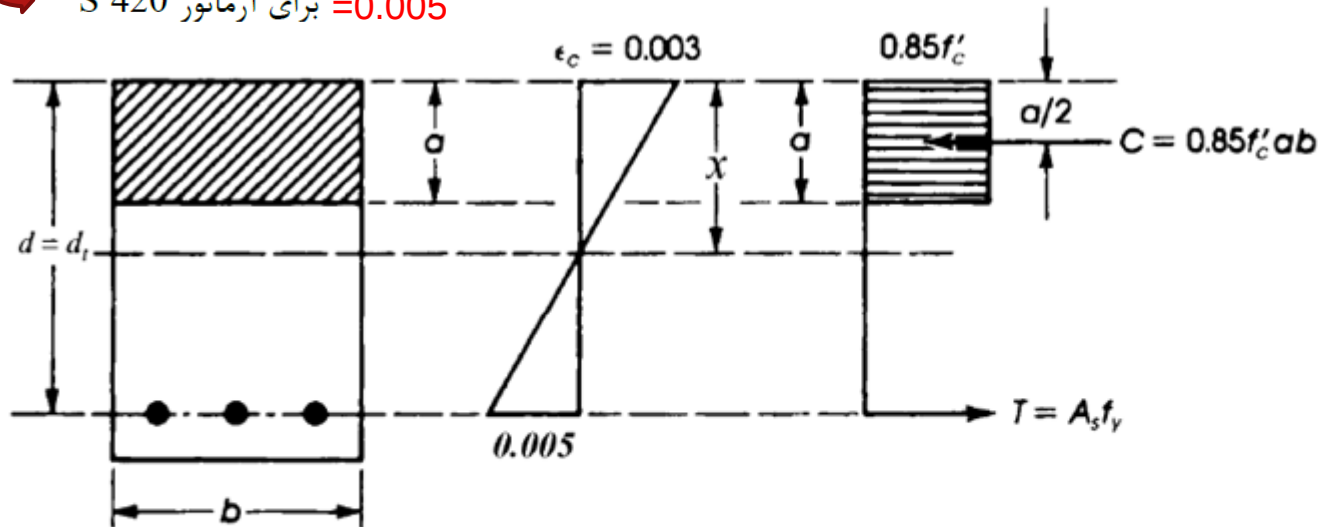
واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

محاسبه درصد میلگرد کشش کنترل (الزام جدید آیین نامه بتن ایران و **ACI-2019** برای میلگرد حداکثر)

۹-۴-۲ مقاطعی که تحت لنگر خمشی، نیروی محوری، و یا ترکیب لنگر و نیروی محوری قرار گرفته‌اند، در حالتی یک مقطع کشش-کنترل تلقی می‌شوند که در آن‌ها هم زمان با لحظه‌ای گسیختگی مقطع و وقتی که کرنش حداکثر در دورترین تار فشاری بتن، ϵ_{cu} ، به مرز 0.003 می‌رسد، کرنش خالص کششی در دورترین فولاد کششی مقطع، ϵ_t ، بزرگ‌تر یا مساوی $0.003 + \epsilon_{ty}$ باشد.

0.005 = برای آرماتور S 420



$$\frac{x}{0.003} = \frac{d}{0.003 + 0.005} \Rightarrow x = \frac{0.003}{0.003 + 0.005} d \Rightarrow x = \frac{3}{8} d \quad \text{و} \quad a_{\max} = \beta_1 x$$



واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

$$A_s f_y = 0.85 f'_c a b \quad \Rightarrow \quad \frac{(A_s)_{\max}}{b d} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{3}{8} \quad \Rightarrow \quad \rho_{\max} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{3}{8}$$

➡ $\rho_{\max} = 0.62 \rho_b \quad (f_y = 400 \text{ MPa})$

۹-۱۱-۲-۳ تیرهای با نیروی محوری $P_u < 0.10 f'_c A_g$ ، باید به صورت کشش-کنترل منطبق با بند ۹-۷-۴-۲ طراحی شوند. بر این اساس می‌توان حداکثر آرماتور کششی مجاز را تعیین نمود.

محاسبه درصد میلگرد حداکثر (ویرایش ACI-2014 و ماقبل):

در اعضای خمشی برای کرنش کششی فولادها در حد نهایی مقاومت مقطع محدودیت قرار داده شده است:

9.3.3 Reinforcement strain limit in nonprestressed beams

9.3.3.1 For nonprestressed beams with $P_u < 0.10 f'_c A_g$, ϵ_t shall be at least 0.004.

تاثیر این کار (کرنش کمتر از ۰.۰۰۵) تنها در ضریب کاهش مقاومت است:

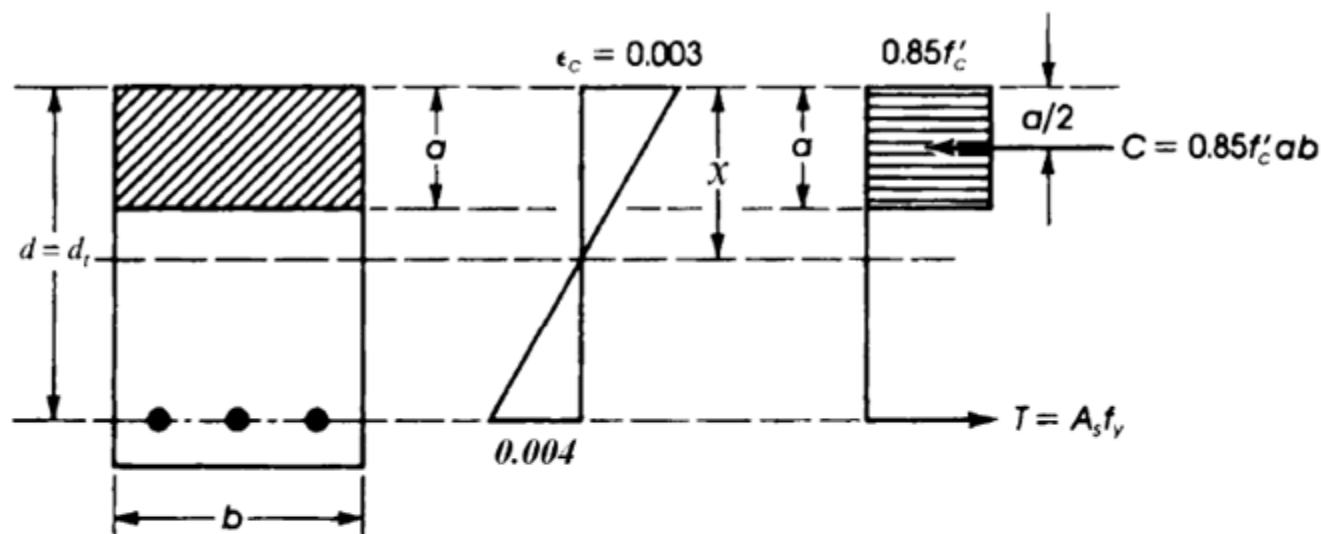
$$\phi = 0.483 + 83.3 \epsilon_t \quad (\text{بدون دورپیچ})$$



واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

در شکل زیر مقدار ρ_{max} برای یک تیر مستطیلی تک آرمه محاسبه شده است. (ویرایش ۲۰۱۴ آیین نامه آمریکا و ماقبل)



$$\frac{x}{0.003} = \frac{d}{0.003 + 0.004} \Rightarrow x = \frac{0.003}{0.003 + 0.004} d \Rightarrow x = \frac{3}{7} d \Rightarrow a_{max} = \beta_1 x$$

$$A_s f_y = 0.85 f'_c a b \Rightarrow \frac{(A_s)_{max}}{b d} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{3}{7} \Rightarrow \rho_{max} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{3}{7}$$



واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

محاسبات ۹۴

۳۲- حداکثر سطح مقطع آرماتور کششی در یک تیر بتنی غیر باربر جانبی به ابعاد 400×400 mm برحسب میلی‌مترمربع به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ بتن از رده C25 و فولاد میلگردها از نوع S400 بوده و ارتفاع مؤثر مقطع را برابر 340 میلی‌متر فرض نمایید.

2850 (۴)

3050 (۳)

3400 (۲)

3580 (۱)

$$\rho_{\max} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{3}{8}$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad \text{برای} \quad 17 \leq f'_c \leq 28 \text{ MPa}$$

$$\rho_{\max} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{3}{8} = 0.85 \times \frac{25}{400} \times 0.85 \times \frac{3}{8} = 0.017$$

$$\rho = \frac{A_s}{b.d} \Rightarrow A_{s_{\max}} = 0.017 \times 400 \times 340 = 2312 \text{ mm}^2$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

73

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

با توجه به رابطه فوق مقدار ρ_{max} در تیرها به مقدار f'_c و نیز F_y بستگی دارد و تغییر در ابعاد مقطع تاثیر در مقدار ρ_{max} ندارد.

طراحی تیرهای بتنی

مسائل طراحی اعضا به دو شکل متفاوت ممکن است مطرح شود.

۱- ارزیابی و آنالیز مقطع مشخص: در این نوع مسائل مشخصات مقطع عضو مانند مقاومت فشاری بتن، ابعاد مقطع، مساحت و محل قرارگیری میلگردها مشخص و معلوم است. سوالی که در این مسائل مطرح می شود، این است که مقاومت مقطع (خمشی، برشی و یا محوری) چقدر است.

۲- طراحی مقطع: در این نوع مسائل مشخصات مقطع نامعلوم است و تنها مقادیر بارهای وارد بر مقطع مشخص و معلوم است. در این حالت بر اساس میزان بار وارد بر مقطع، طراح ابعاد مناسب و میلگرد لازم را طراحی و محاسبه می کند.

حل مسائل حالت اول نسبت به حالت دوم راحت تر میباشد. در حالت اول تمامی مشخصات مقطع معلوم است و شما تنها باید مقاومت را محاسبه کنید. در حالیکه در حالت دوم تمامی مشخصات مقطع مجهول است.



واحد تهران شرق

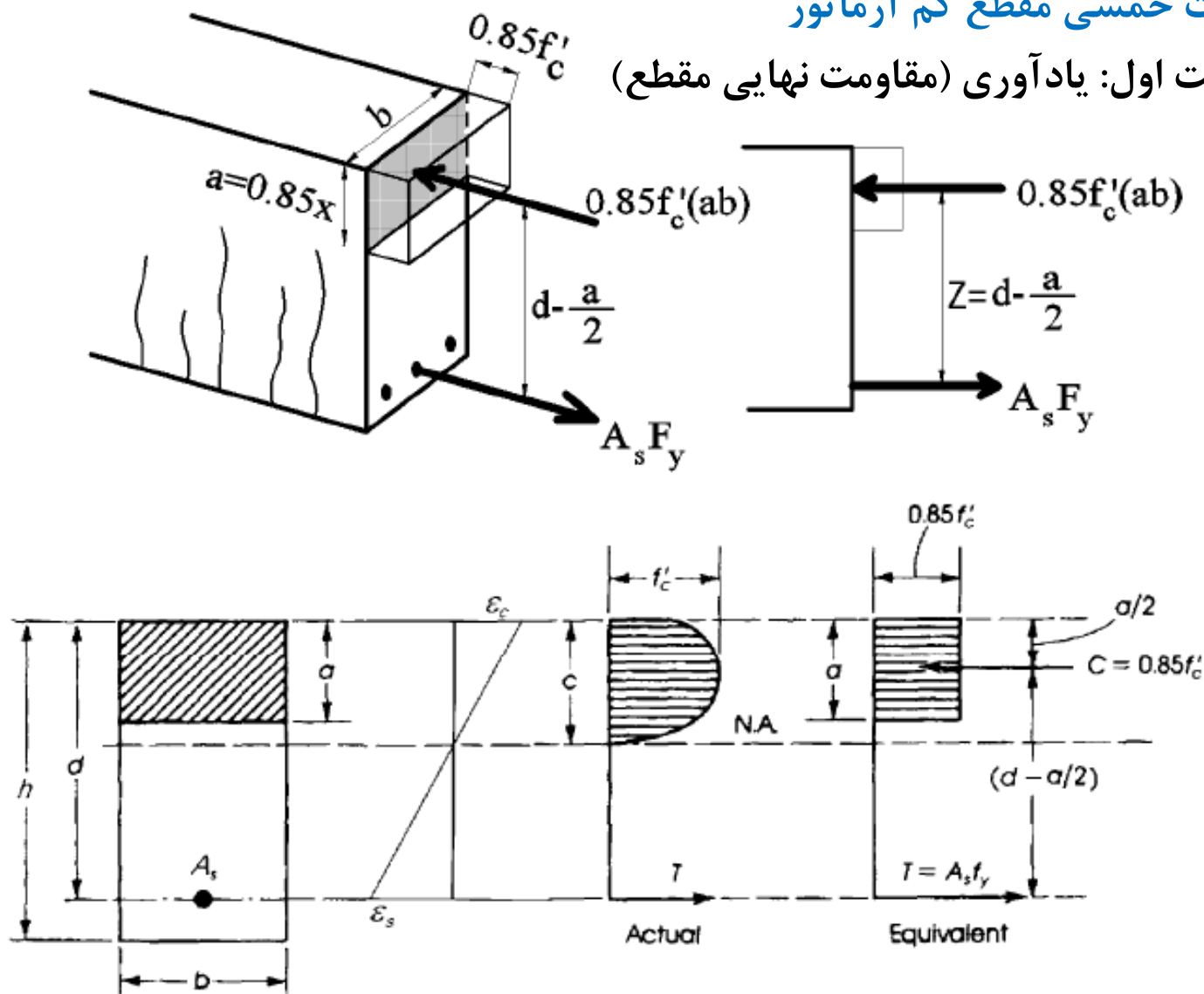
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

74

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع کم آرماتور

۱- حالت اول: یادآوری (مقاومت نهایی مقطع)





واحد تهران شرق

75

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع کم آرماتور

$$C = T \rightarrow x = \frac{A_s(F_y)}{\alpha\beta_1(b)(f'_c)}$$

۱- حالت اول: (بی‌ادآوری) $a = \beta_1 x$

$$M_n = A_s F_y Z = A_s F_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = A_s F_y \left(d - \frac{A_s F_y}{2 \times 0.85 (b) (f'_c)} \right)$$

$$M_n = A_s F_y d \left(1 - 0.59 \rho \frac{F_y}{f'_c} \right)$$

$$\phi M_n \geq M_u$$

(۹-۸-۱ الف)

جدول ۹-۷-۲ ضریب‌های کاهش مقاومت ϕ بر اساس وضعیت مورد نظر در طراحی مقطع

ϕ	وضعیت مورد نظر در طراحی مقطع
	(۱) لنگر، نیروی محوری، و یا ترکیب لنگر و نیروی محوری
۰/۹۰	$\rho \leq \rho_{max}$ الف) مقاطع کشش - کنترل (بند ۹-۷-۴-۲)
	$\rho \geq \rho_b$ ب) مقاطع فشار - کنترل (بند ۹-۷-۴-۳)
۰/۷۵	- اعضای با دورپیچ
۰/۶۵	- سایر اعضا
۰/۶۵-۰/۹۰	$\rho_b > \rho > \rho_{max}$ پ) مقاطع در ناحیه‌ی انتقال (بند ۹-۷-۴-۴)



واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
 دکتری تخصصی مهندسی سازه
 استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۹-۷-۴-۲ مقاطعی که تحت لنگر خمشی، نیروی محوری، و یا ترکیب لنگر و نیروی محوری قرار گرفته‌اند، در حالتی یک مقطع کشش-کنترل تلقی می‌شوند که در آن‌ها هم زمان با لحظه‌ی گسیختگی مقطع و وقتی که کرنش حداکثر در دورترین تار فشاری بتن، ε_{cu} ، به مرز 0.003 می‌رسد، کرنش خالص کششی در دورترین فولاد کششی مقطع، ε_t ، بزرگ‌تر یا مساوی $0.003 + \varepsilon_{ty}$ باشد. ε_{ty} کرنش تسلیم دورترین ردیف آرماتورهای کششی است؛ و برای میلگردهای آجدار از تقسیم تنش تسلیم بر مدول الاستیسیته‌ی فولاد تعیین می‌شود.

۹-۷-۴-۳ مقاطعی که تحت لنگر خمشی، نیروی محوری، و یا ترکیب لنگر و نیروی محوری قرار گرفته‌اند، در حالتی یک مقطع فشار-کنترل تلقی می‌شوند که در آن‌ها هم‌زمان با لحظه‌ی گسیختگی مقطع و وقتی که ε_{cu} به مرز 0.003 می‌رسد، کرنش خالص کششی در دورترین فولاد کششی مقطع، ε_t ، کوچک‌تر یا مساوی ε_{ty} باشد. برای آرماتور S 420، اجازه داده می‌شود که این حد کرنش برابر با 0.002 در نظر گرفته شود.

۹-۷-۴-۴ اگر در مقطع تحت لنگر خمشی، نیروی محوری، و یا ترکیب لنگر و نیروی محوری، هم‌زمان با لحظه‌ی گسیختگی، کرنش خالص کششی در دورترین فولاد کششی بین حد کرنش فشار-کنترل، ε_{ty} ، و حد کرنش کشش-کنترل، $0.003 + \varepsilon_{ty}$ ، قرار گیرد، مقطع در ناحیه‌ی انتقال منظور می‌شود. برای مقطع انتقالی، ضریب کاهش مقاومت ϕ با درون یابی خطی بین حالت‌های قبلی، بر اساس رابطه‌های (۹-۷-۱-الف) و (۹-۷-۱-ب) محاسبه می‌شود. برای این مقطع هم-چنین اجازه داده می‌شود که از ϕ مربوط به مقطع فشار-کنترل استفاده گردد.

$$\phi = 0.75 + 0.15 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{0.003} \quad \text{(اعضای با دورپیچ)} \quad \text{(۹-۷-۱-الف)}$$

$$\phi = 0.65 + 0.25 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{0.003} \quad \text{(سایر اعضا)} \quad \text{(۹-۷-۱-ب)}$$



واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع کم آرماتور ۲- حالت دوم:

مراحل طراحی تیر (A_s مجهول):

در صورتی که تیر مستطیلی باشد و تنها شامل میلگرد کششی باشد (و یا از میلگرد فشاری صرف نظر شود) و همچنین مطمئن باشیم که تیر کم فولاد هست، مساحت میلگرد لازم برای تیر را میتوان با روابط زیر محاسبه کرد.

• در روابط زیر در حقیقت ۲ مجهول داریم (a, A_s) و دو معادله ($T = C$, $M_u = \phi M_n$). ابتدا باید سعی کنیم یکی از مجهولات (برای مثال a را حذف کنیم:

$$T = C \rightarrow ab(0.85f'_c) = A_s F_y \rightarrow a = \frac{A_s F_y}{0.85 f'_c b} \left\{ \begin{array}{l} M_u = \phi A_s F_y \left(d - \frac{A_s F_y}{2 \times 0.85 f'_c b} \right) \\ M_u = \phi M_n \rightarrow M_u = \phi A_s F_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \end{array} \right.$$

پس از حذف a از معادلات میتوان مقدار A_s را با حل معادله درجه ۲ بدست آورد:

$$M_u = \phi A_s F_y d \left(1 - \frac{A_s F_y}{1.7 f'_c b d} \right) \rightarrow A_s^2 \frac{\phi F_y^2}{1.7 f'_c b} - A_s \phi F_y d + M_u = 0$$

$$A_s^2 - A_s \frac{1.7 f'_c b d}{F_y} + \frac{1.7 f'_c b}{\phi F_y^2} M_u$$

$$M_n = A_s F_y d \left(1 - 0.59 \rho \frac{F_y}{f'_c} \right)$$

$$A_s = \frac{0.85 f'_c b}{F_y} \left(d - \sqrt{d^2 - \frac{2 M_u}{0.85 \phi f'_c b}} \right)$$

ضریب 0.85 موجود در روابط $\alpha = 0.85$ است.

$$a = \frac{A_s F_y}{0.85 f'_c b} \rightarrow a = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 M_u}{0.85 \phi f'_c b}}$$



واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

78

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۴- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت خمش

انواع مسائل مربوط به خمش تیرها

خواسته ها	داده ها
$A_{sb} \quad A_{s-max}$	$b \quad h \quad d \quad F_y \quad f'_c$
ϕM_n	$b \quad h \quad d \quad F_y \quad f'_c \quad A_s$
A_s	$b \quad h \quad d \quad F_y \quad f'_c \quad \phi M_n = M_u$
$b \quad d \quad h \quad A_s$	$F_y \quad f'_c \quad \phi M_n = M_u$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

79

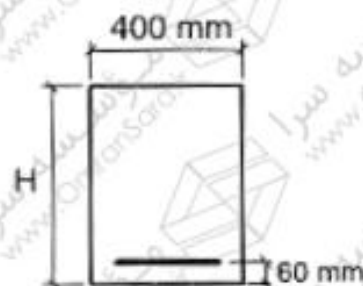
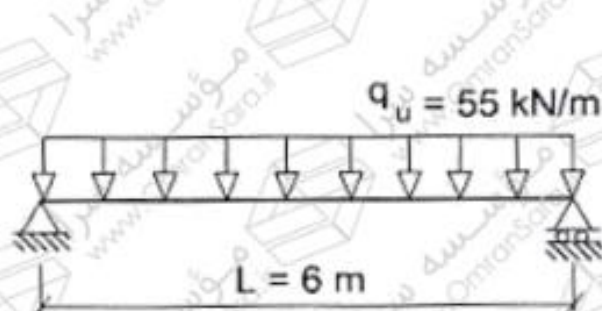
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع کم آرماتور

آزمون مهر ۹۹

تیر بتنی با مقطع مستطیلی با دهانه 6 متری و تکیه‌گاه ساده تحت بارگذاری گسترده یکنواخت ضریبدار $q_u = 55 \text{ kN/m}$ قرار دارد. به سبب محدودیت‌های معماری ارتفاع تیر باید دارای کمترین مقدار باشد. برای این منظور به لحاظ مقاومتی و بدون توجه به حضور آرماتور فشاری در مقطع، ارتفاع تیر در حالتی که عرض آن برابر 400 mm باشد به کدام یک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ از وزن واحد طول تیر صرف‌نظر شود. ($f_y = 400 \text{ MPa}$ و $f_c = 25 \text{ MPa}$)



H = 388 mm (۱)

H = 368 mm (۲)

H = 435 mm (۳)

H = 455 mm (۴)



واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع کم آرماتور

آزمون مهر ۹۹

$$m_u = \frac{wl^2}{8} = \frac{55 \times 6^2}{8} = 247.5 \text{ kn.m}$$

$$\rho_{\text{max}} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{3}{8}$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad \text{برای } 17 \leq f'_c \leq 28 \text{ MPa}$$

$$\rho_{\text{max}} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{3}{8} = 0.85 \times \frac{25}{400} \times 0.85 \times \frac{3}{8} = 0.017$$

$$\rho = \frac{A_s}{b.d}$$

$$M_n = A_s F_y d \left(1 - 0.59 \rho \frac{F_y}{f'_c} \right) \quad \phi = 0.9$$

$$\frac{247.5 \times 10^6}{0.9} = 0.017 \times 400 \times d \times 400 \times d \left(1 - 0.59 \times 0.017 \times \frac{400}{25} \right)$$

$$d = 347 \text{ mm} \rightarrow H = 347 + 60 \approx 410 \text{ mm}$$



مقاومت خمشی مقطع کم آرماتور

۹-۱۱-۵-۱ حداقل مقدار آرماتور خمشی

۹-۱۱-۵-۱-۱ حداقل مقدار آرماتور خمشی، $A_{s,min}$ ، باید در تمامی مقاطع عضو خمشی که نیاز به میلگرد کششی باشد، تأمین گردد.

۹-۱۱-۵-۱-۲ حداقل مقدار آرماتورهای خمشی نباید از بزرگترین مقادیر زیر کم‌تر باشد؛ به جز مواردی که در ضابطه‌ی بند ۹-۱۱-۵-۱-۳ اشاره شده است. در اعضای معین استاتیکی با مقطع بال‌دار که بال مقطع در کشش قرار دارد، مقدار b_w بر اساس جای‌گزینی با کم‌ترین مقدار b_f (عرض بال) و $2b_w$ محاسبه می‌شود. مقدار f_y باید به حداکثر ۵۵۰ مگا پاسکال محدود شود.

$$0.25 \frac{\sqrt{f_c}}{f_y} b_w d \quad (\text{الف})$$

$$\frac{1.4}{f_y} b_w d \quad (\text{ب})$$

۹-۱۱-۵-۱-۳ اگر سطح مقطع آرماتورهای طولی تأمین شده در وجه کششی، حداقل به اندازه‌ی یک سوم بیش‌تر از مقدار مورد نیاز بر اساس محاسبه باشد، نیازی به کنترل ضوابط بندهای ۹-۱۱-۵-۱-۱ و ۹-۱۱-۵-۱-۲ نمی‌باشد.



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

82

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

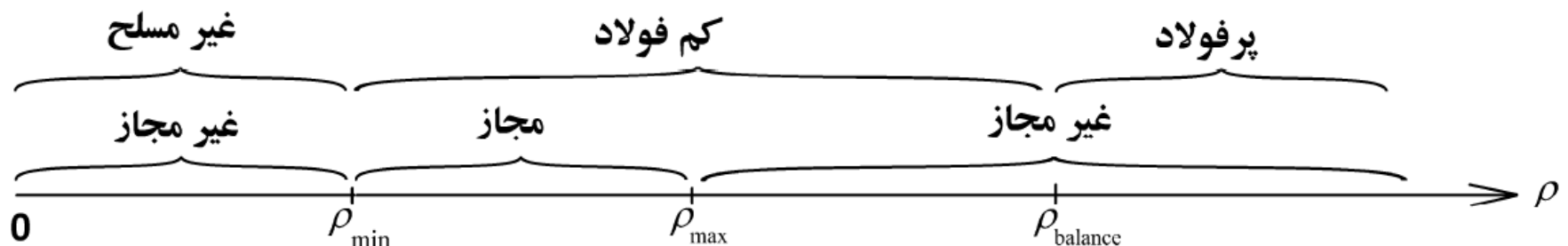
مقاومت خمشی مقطع کم آرماتور

بند فوق را می توان با رابطه زیر خلاصه کرد:

$$\left(\rho_{\text{تیر}} = \frac{A_s}{b_w d}\right) \geq \text{Min} \left(\rho_{\text{تیرها-min}} = \text{Max} \left(\frac{0.25 \sqrt{f'_c}}{F_y}, \frac{1.4}{F_y} \right), 1.33 \times (\rho_{\text{محاسباتی}}) \right)$$

برای مثال اگر $f'_c = 25 \text{ MPa}$ و $F_y = 400 \text{ MPa}$ باشد مقدار $\rho_{\text{تیرها-min}} = 0.0035$ خواهد شد و در نتیجه:

$$C25 \text{ \& } S400 \rightarrow \left(\rho_{\text{تیر}} = \frac{A_s}{b_w d}\right) \geq \text{Min} \left(0.0035, 1.33 \times (\rho_{\text{محاسباتی}}) \right)$$





واحد تهران شرق

83

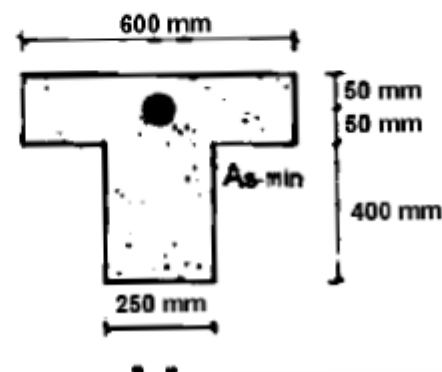
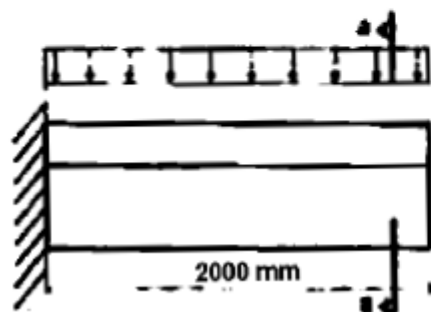
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع کم آرماتور

محاسبات ۹۲

۳۹- در شکل زیر طول و مقطع یک تیر بتنی طره‌ای نمایش داده شده است. چنانچه نیروهای حاکم بر طراحی تیر مذکور ثقلی باشد، بدون توجه به میزان آرماتورهای محاسباتی، حداقل آرماتور مورد نیاز (A_{s-min}) به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر است؟ بتن از رده C25 و آرماتور از نوع S400 می‌باشد.



- (۱) ۴.۷۳ سانتی‌مترمربع
- (۲) ۳.۹۴ سانتی‌مترمربع
- (۳) ۹.۴۵ سانتی‌مترمربع
- (۴) ۷.۸۸ سانتی‌مترمربع

گزینه ۴

$$\text{Max} \left(\frac{1.4}{400}, \frac{0.25 \times \sqrt{25}}{400} \right) \times (\text{Min}(2b_w, 600) \times 450) = \frac{1.4}{400} \times (500 \times 450) = 787.5 \text{ mm}^2$$

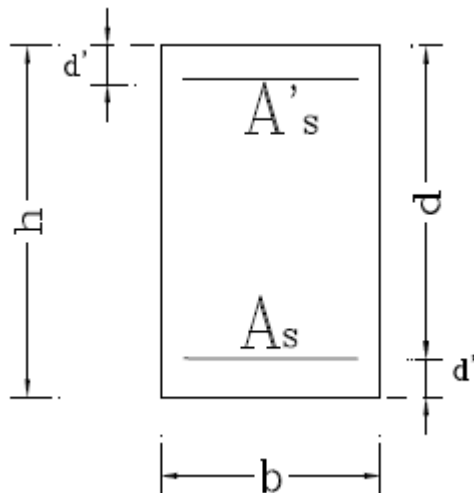


واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری

مقاطع مستطیلی دوبله آرمه (با فولاد فشاری):

در مواقعی که ابعاد مقطع برای طراح محدود شده باشد و لنگر خمشی موجود (وارد بر مقطع) بزرگتر از ظرفیت خمشی حداکثر مقطع در حالت تک آرمه باشد ($M_r > M_{r Max}$) برای افزایش ظرفیت مقطع از فولاد مضاعف در ناحیه فشاری مقطع استفاده می گردد.



$$\rho = \frac{A_s}{b.d}$$

$$\rho' = \frac{A'_s}{b.d}$$

استفاده از میلگردهای فشاری دارای مزیت‌های زیر نیز می باشد:

- 1) خیز دراز مدت ناشی از خزش را کاهش می دهد.
- 2) تکیه گاهی برای خاموتها در ناحیه فشاری است.
- 3) مقاومت خمشی مقطع در صورت تعویض جهت ممان خمشی را ایجاد می نماید.
- 4) شکل پذیری را افزایش می دهد.



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

واحد تهران شرق

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری

محاسبات ۹۰

- ۳۶- در یک تیر بتنی با ابعاد و مشخصات مصالح ثابت، اگر نسبت فولاد کششی از ρ_{max} تجاوز نماید برای قابل قبول نمودن مقطع چه می‌توان کرد؟
- (۱) قراردادن آرماتورهای کششی در دو ردیف
 - (۲) قراردادن خاموت بیشتر
 - (۳) قراردادن آرماتورهای فشاری در مقطع
 - (۴) افزایش طول گیرایی و استفاده از قلابهای استاندارد

محاسبات - ۹۱

۳۳- برای افزایش شکل‌پذیری تیر بتون آرمه، انتخاب کدام یک از گزینه‌های زیر، مناسب‌تر است؟

- | | |
|-----------------------------|--|
| f_c مقاومت فشاری بتون | A_s مساحت سطح مقطع آرماتورهای کششی |
| f_y تنش حد جاری شدن فولاد | A'_s مساحت سطح مقطع آرماتورهای فشاری |
-
- | | |
|--|--|
| (۱) افزایش f_c ، کاهش f_y ، افزایش A'_s ، کاهش A_s | (۲) افزایش f_c ، افزایش f_y ، کاهش A'_s ، افزایش A_s |
| (۳) کاهش f_c ، افزایش f_y ، کاهش A'_s ، افزایش A_s | (۴) کاهش f_c ، کاهش f_y ، افزایش A'_s ، کاهش A_s |

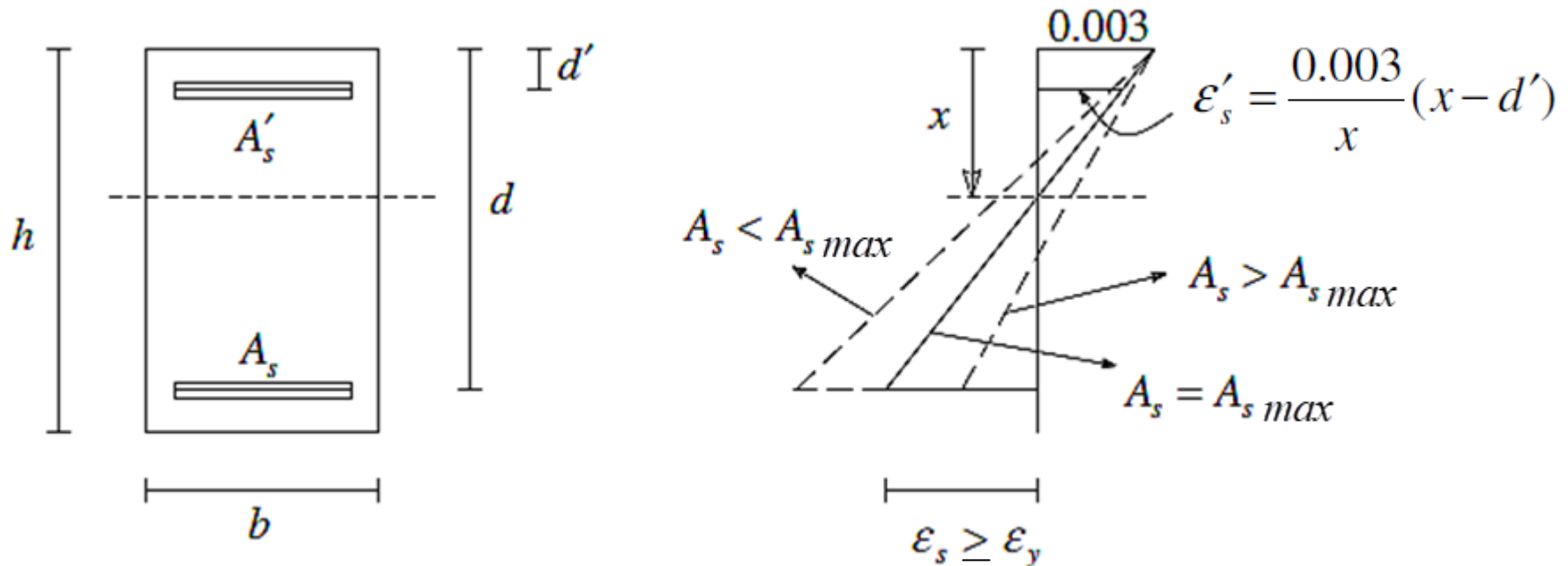


واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری

معیار تسلیم میلگرد های کششی در مقاطع دوبله آرمه:

شرایط متعادل یا بالانس را برای مقاطع دوبله آرمه به صورتی در نظر می گیریم که وقتی کرنش در دورترین تار فشاری بتن به 0/003 می رسد فولاد کششی نیز به حد جاری شدن می رسد. در این شرایط ممکن است فولاد فشاری تسلیم شده یا هنوز به حد تسلیم نرسیده باشد.





واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری

کنترل جاری شدن میلگردهای فشاری

در صورتی که میلگردهای A_s (کششی) از مقدار زیر بیشتر باشند، میلگردهای A'_s (فشاری) جاری خواهند شد:

$$A_s \geq \beta \frac{0.85f'_c}{1} \frac{\epsilon_{cu}}{f_s - \epsilon'_y} bd' + A'_s \frac{f'_y}{f_s} \rightarrow A'_s \text{ جاری خواهد شد} \quad \leftarrow \text{(حداقل فولاد کششی برای تسلیم میلگرد فشاری)}$$

تنش میلگرد کششی در لحظه گسیختگی بتن $f_s = \frac{d}{d'}(600 - f'_y) - 600 \leq F_y \Rightarrow f_s = F_y$ برای میلگرد (AIII) $d/d' \geq 5 \Rightarrow f_s = F_y$

مقاومت خمشی مقاطع همراه با فولاد فشاری $\left(\begin{matrix} f'_s < F_y \\ f_s = F_y \end{matrix} \right)$: (آرماتور فشاری جاری نشده است: $A_s < A_{smin}$) ولی آرماتور کششی جاری شده است ($A_s < A_{sb}$)

ابتدا باید از معادله درجه ۲ زیر مقدار X را بیابیم:

$$A_s F_y = 0.85 f'_c (b \beta x - A'_s) + A'_s E_s \frac{(x - d')}{x} \epsilon_{cu}$$

a

در معادله فوق، $E_s = 2 \times 10^5$ mpa و $\epsilon_{cu} = 0.003$ می باشد.



واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری

با بسط معادله فوق به یک معادله درجه ۲ می‌رسیم، حل آن به شرح زیر است:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

در معادله فوق داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 0.85 \times f'_c \times b \times \beta_1 \\ b = (A'_s \times E_s \times \varepsilon_{cu} - A_s \times f_y) \\ c = -A'_s \times E_s \times d' \times \varepsilon_{cu} \end{array} \right.$$

پس از یافتن مقدار X باید مقدار تنش در میلگردهای فشاری بدست آید:

$$f'_s = E_s \frac{x - d'}{x} \varepsilon_{cu}$$



واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری

و سپس مقدار لنگر مقاوم بدست می آید:

$$M_r = A'_s f'_s (d - d') + 0.85 f'_c (\beta_1 x b - A'_s) \left(d - \frac{\beta_1 x}{2} \right)$$

$Asb \geq As \geq Asmin$ (وقتی آرماتور فشاری هم جاری شده است) : $\begin{pmatrix} f'_s = F_y \\ f_s = F_y \end{pmatrix}$ مقاومت خمشی مقاطع همراه با فولاد فشاری

ابتدا باید از معادله زیر مقدار X را بیابیم:

$$A_s F_y = 0.85 f'_c (\beta_1 x b - A'_s) + A'_s F_y \quad x = \frac{A_s F_y - A'_s F_y}{0.85 \beta_1 f'_c b}$$

پس از یافتن مقدار X مقدار لنگر مقاوم بدست می آید:

$$M_r = A'_s F_y (d - d') + 0.85 f'_c (\beta_1 x b - A'_s) \left(d - \frac{\beta_1 x}{2} \right)$$



واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری

تمرین: محاسبات ۸۶

۳۸- در یک تیر بتن آرمه با مقطع مربع مستطیل به ابعاد 40×60 در صورتیکه بر اثر بارگذاری ثقلی تیر کرنش در دورترین تار بتن فشاری 0.003 شود، کدامیک از جملات زیر صحیح است؟

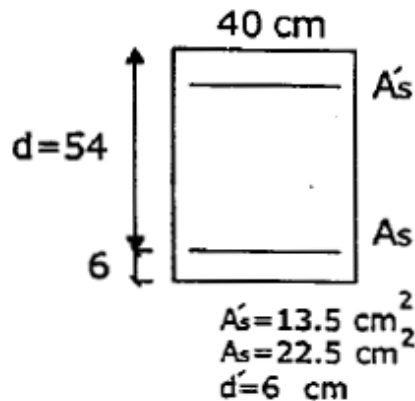
$$f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2 \quad f_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

(الف) هر دو آرماتورهای کششی و فشاری جاری می شوند.

(ب) فقط آرماتورهای کششی جاری می شوند و آرماتورهای فشاری جاری نمی شوند.

(ج) هیچکدام از آرماتورهای کششی و فشاری جاری نمی شوند.

(د) فقط آرماتورهای فشاری جاری می شوند و آرماتورهای کششی جاری نمی شوند.



$$A_s \geq \beta_1 \frac{0.85 f'_c}{f_s} \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} - \epsilon'_y} b d' + A'_s \frac{f'_y}{f_s} \rightarrow A'_s \text{ جاری خواهد شد}$$

$$f_s = \frac{d}{d'} (600 - f'_y) - 600 = \frac{54}{6} (600 - 400) - 600 = 1200 \text{ use } 400 \text{ mpa}$$

$$\frac{0.85 \cdot 0.85 \cdot 20}{400} \frac{0.003}{0.003 - 0.002} 400 \cdot 60 + 13.5 \cdot 100 \frac{400}{400} = 3951 \text{ mm}^2 \text{ میلگردهای فشاری جاری نخواهند شد.}$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

91

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری

$$\rho = \frac{A_s}{b.d} = \frac{2250}{400 \times 540} \approx 0.01 \quad \rho_{\max} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{3}{8} = 0.85 \times \frac{20}{400} \times 0.85 \times \frac{3}{8} = 0.0135$$

$$a = 0.85 \times f'_c \times b \times \beta_1 = 5780$$

$$b = (A'_s \times E_s \times \varepsilon_{cu} - A_s \times f_y) = -90000$$

$$c = -A'_s \times E_s \times d' \times \varepsilon_{cu} = -48600000$$

$$x = 99.81 \text{ mm}$$

$$f'_s = 239.31 \text{ mpa}$$

$$M_r = A'_s f'_s (d - d') + 0.85 f'_c (\beta_1 x b - A'_s) \left(d - \frac{\beta_1 x}{2} \right) = 430.71 \text{ kn.m}$$

لنگر مقاوم مقطع بدون استفاده از میلگرد فشاری (با توجه به کمتر بودن میلگرد مقطع از میلگرد حداکثر) عبارت است از:

$$M_n = A_s F_y d \left(1 - 0.59 \rho \frac{F_y}{f'_c} \right) = 426.26 \text{ Kn.M}$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

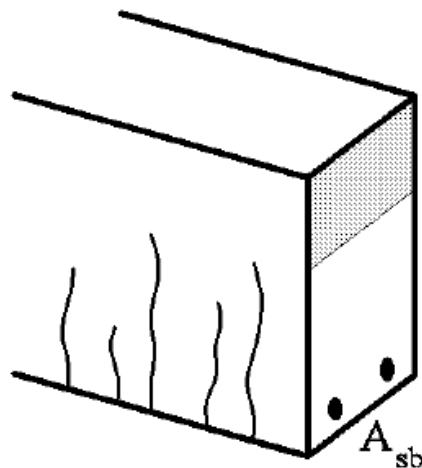
92

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

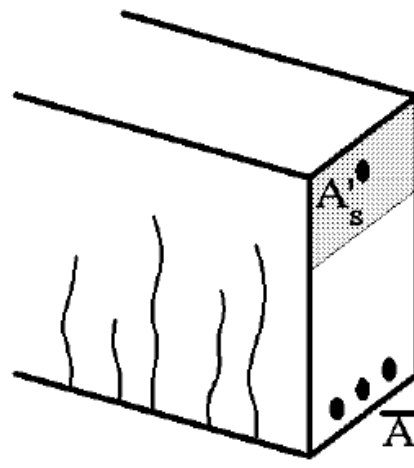
واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری

تاثیر فولاد فشاری بر آرماتور بالانس



مقطع A



مقطع B

فرض کنید مقطع A در حالت بالانس باشد. اگر به این مقطع مطابق مقطع B آرماتور فشاری اضافه گردد، مقدار آرماتور بالانس چه تغییری می کند؟ هدف یافتن ؟ در شکل می باشد.

با توجه به اینکه در هر دو مقطع حالت بالانس داریم، ارتفاع تار خنثی در هر دو یکی بوده و تغییر نمی کند (چرا؟) در مقطع A داریم:

$$C = T \rightarrow (A_{sb})F_y = ab(0.85f'_c)$$

در مقطع B داریم:

$$C = T \rightarrow (A_{sb} + ?)F_y = ab(0.85f'_c) + A'_s f'_s \rightarrow (?)F_y = A'_s f'_s \rightarrow (?) = A'_s \frac{f'_s}{F_y}$$



واحد تهران شرق

93

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

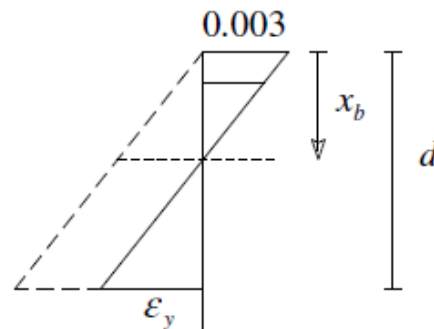
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری (حالت بالانس) - خرابی همزمان میلگرد کششی و بتن فشاری

از دیاگرام کرنش و با استفاده از تشابه مثلثها:

$$\frac{0.003}{x_b} = \frac{0.003 + \varepsilon_y}{d}$$

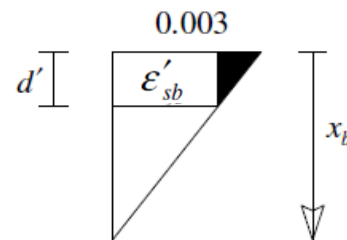
$$x_b = \frac{0.003 \times d}{0.003 + \varepsilon_y} = \frac{600 \times d}{600 + f_y}$$



همچنین با نوشتن تشابه در دو مثلث دیگر:

$$\frac{0.003}{x_b} = \frac{0.003 - \varepsilon'_{sb}}{d'}$$

$$\varepsilon'_{sb} = 0.003 - \frac{d'}{d} \cdot (0.003 + \varepsilon_y)$$



$$f'_{sb} = 600 - \frac{d'}{d} (600 + f_y) \leq F_y$$

$$\bar{\rho}_b = \rho_b + \rho' \cdot \frac{f_{sb}}{f_y}$$



$$\rho_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \left(\frac{600}{600 + f_y} \right)$$

یادآوری:



واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری (جمع بندی)

$$\left[\begin{array}{l} \bar{\rho}_{max} = \rho_{max} + \rho' \cdot \frac{f'_{sc}}{f_y} \\ f'_{sc} = 600 \left(1 - \frac{5}{3} \frac{d'}{d} \right) \leq F_y' \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{حداکثر میلگرد کششی در مقطع با} \\ \text{آرماتور فشاری : (با جایگزینی } \epsilon_y \text{ با} \\ \text{۰.۰۰۲ در رابطه کرنش میلگرد فشاری} \\ \text{صفحه قبل - میلگرد AIII)} \end{array}$$

تنش فولاد فشاری

حداقل میلگرد کششی در مقطع با آرماتور فشاری : (حداقل فولاد کششی برای جاری شدن فولاد فشاری)

$$\bar{\rho}_{min} = 0.85 \beta_1 \cdot \frac{f'_c}{f_s} \cdot \frac{600}{600 - f'_y} \cdot \frac{d'}{d} + \rho' \frac{f'_y}{f_s}$$

$$f_s = \frac{d}{d'} (600 - f'_y) - 600 \leq F_y$$

تنش میلگرد کششی

اگر $A_s < \bar{A}_{smax}$ باشد مقطع با فولاد فشاری، کم آرماتور بوده و خرابی (ظرفیت نهایی) با جاری شدن فولادهای کششی بوده و گسیختگی نرم خواهیم داشت.

نکته: در آنالیز مقاطع دوبله آرمه ابتدا ρ با ρ_{max} مقایسه می گردد و اگر $\rho \leq \rho_{max}$ شد مقطع به صورت تک آرمه عمل می کند و با صرف نظر از فولاد فشاری ظرفیت آن با استفاده از روابط تک آرمه بدست می آید.



واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

95

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

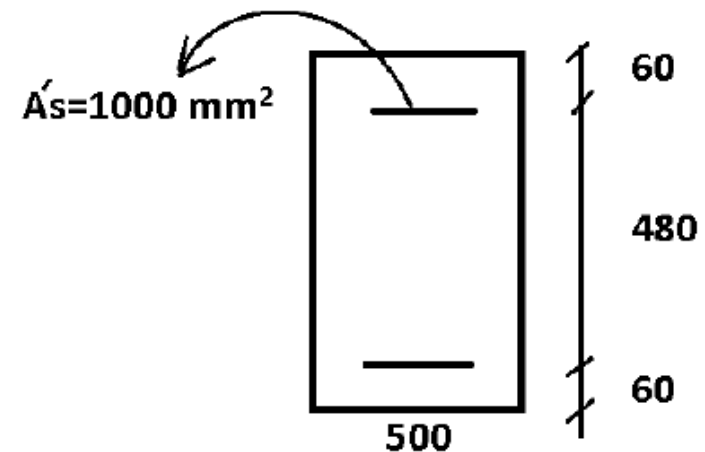
مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری

مثال: مقطع شکل زیر تحت اثر لنگر مثبت قرار دارد.

الف) مساحت میلگرد معادل حالت متوازن (بالانس) را محاسبه کنید؟

ب) حداکثر میلگرد کششی مجاز مقطع چقدر می باشد؟ (مطابق ویرایش **ACI 2014** و ماقبل)

$$f'_c = 25 \text{ MPa} \quad F_y = 400 \text{ MPa}$$



الف) در حالت تعادل محل تار خنثی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$x_b = \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \frac{F_y}{E_s}} \right) d = \left(\frac{0.003}{0.003 + \frac{400}{2 \times 10^5}} \right) d = \frac{3}{5} d = \frac{3}{5} \times 540 = 324 \text{ mm}$$



مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری

واحد تهران شرق

پس از یافتن x ، کرنش فولادهای فشاری محاسبه می شود تا بررسی شود که آیا میلگردهای فشاری جاری می شوند یا نه:

$$\varepsilon'_s = \frac{x - 60}{x} \times 0.003 = \frac{324 - 60}{324} 0.003 = 0.0024 > 0.002$$

میلگردهای فشاری تسلیم می شوند. حال با نوشتن تعادل مساحت میلگرد بالانس محاسبه می شود:

$$C = T \rightarrow (\beta_1 x \times b) 0.85 f_c + A'_s (F_y - 0.85 f_c) = A_{sb} F_y$$

$$(0.85 \times 324 \times 500) \times 0.85 \times 25 + 1000 \times (400 - 0.85 \times 25) = A_{sb} \times 400$$

$$A_{sb} = 8262 \text{ mm}^2$$

(ب) محل تار خنثی به صورت زیر محاسبه می شود: (رابطه مثلثاتی کرنش با توجه به خطی بودن همیشه صادق است.)

$$x = \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + 0.004} \right) d = \left(\frac{0.003}{0.003 + 0.004} \right) 540 = 231 \text{ mm}$$

پس از یافتن x ، کرنش فولادهای فشاری محاسبه می شود تا بررسی شود که آیا میلگردهای فشاری جاری می شوند یا نه:

$$\varepsilon'_s = \frac{x - 60}{x} \times 0.003 = \frac{231 - 60}{231} 0.003 = 0.0022 > 0.002$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

97

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری

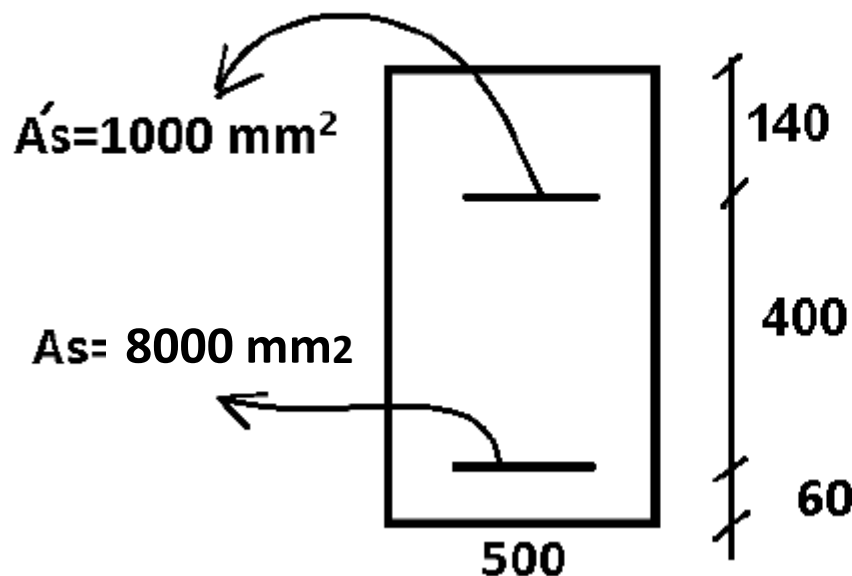
میلگردهای فشاری تسلیم می شوند. حال با نوشتن تعادل مساحت میلگرد حداکثر محاسبه می شود:

$$C = T \rightarrow (\beta x_1 \times b) 0.85 f_c + A'_s (F_y - 0.85 f_c) = A_{s-max} F_y$$

$$(0.85 \times 231 \times 500) \times 0.85 \times 25 + 1000 \times (400 - 0.85 \times 25) = A_{s-max} \times 400$$

$$A_{s-max} = 6162 \text{ mm}^2$$

مثال: مقاومت خمشی اسمی مقطع زیر را محاسبه کنید.



$$f'_c = 25 \text{ MPa} \quad F_y = 400 \text{ MPa}$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

98

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری

ابتدا کنترل می کنیم که میلگردهای فشاری و یا کششی جاری می شوند یا خیر:

$$f'_{sb} = 600 - \frac{d'}{d} (600 + f'_y) \leq F' y \rightarrow 600 - \frac{60}{540} * (600 + 400) = 488 \rightarrow f'_{sb} = 400$$

$$\rho_b = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \left(\frac{600}{600 + f_y} \right) = 0.85 \frac{25}{400} 0.85 \left(\frac{600}{600 + 400} \right) = 0.0271$$

$$\bar{\rho}_b = \rho_b + \rho' \cdot \frac{f'_{sb}}{f_y} = 0.0271 + \frac{1000}{500 * 540} \times 1 = 0.0308$$

$$\rho = \frac{8000}{500 * 540} = 0.0296 < 0.0308$$

پس میلگرد کششی جاری می شود

$$\bar{\rho}_{\min} = 0.85 \beta_1 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{600}{600 - f_y} \cdot \frac{d'}{d} + \rho' \frac{f'_y}{f_s} = 0.85 * 0.85 * \frac{25}{400} * \frac{600}{600 - 400} * \frac{60}{540} + \frac{1000}{500 * 540} \times 1 = 0.01875$$

$$0.0296 > 0.01875$$

پس میلگرد فشاری جاری می شود



واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع با آرماتور فشاری

$$x = \frac{A_s F_y - A'_s F_y}{0.85 \beta_1 f'_c b} = \frac{8000 \cdot 400 - 1000 \cdot 400}{0.85 \cdot 0.85 \cdot 25 \cdot 500} = 310.03 \text{ mm}$$

لنگر مقاوم مقطع عبارت است از:

$$M_r = A'_s F_y (d - d') + 0.85 f'_c (\beta_1 x b - A'_s) \left(d - \frac{\beta_1 x}{2} \right) = 1326.4 \text{ kN.m}$$

جمع بندی :

۱- چنانچه امکان افزایش ارتفاع تیر و یا سطح مقطع میلگرد کششی باشد، از میلگرد فشاری استفاده نمی شود.

۲- چنانچه میلگرد کششی کمتر از میزان حداکثر باشد، حضور میلگرد فشاری تاثیر چندانی در ظرفیت مقطع ندارد و از آن صرف نظر می شود.

۳- اگر $A_s < \bar{A}_{sb}$ باشد مقطع با فولاد فشاری، کم آرماتور بوده و خرابی (ظرفیت نهایی) با جاری شدن فولادهای کششی بوده و گسیختگی نرم خواهیم داشت.

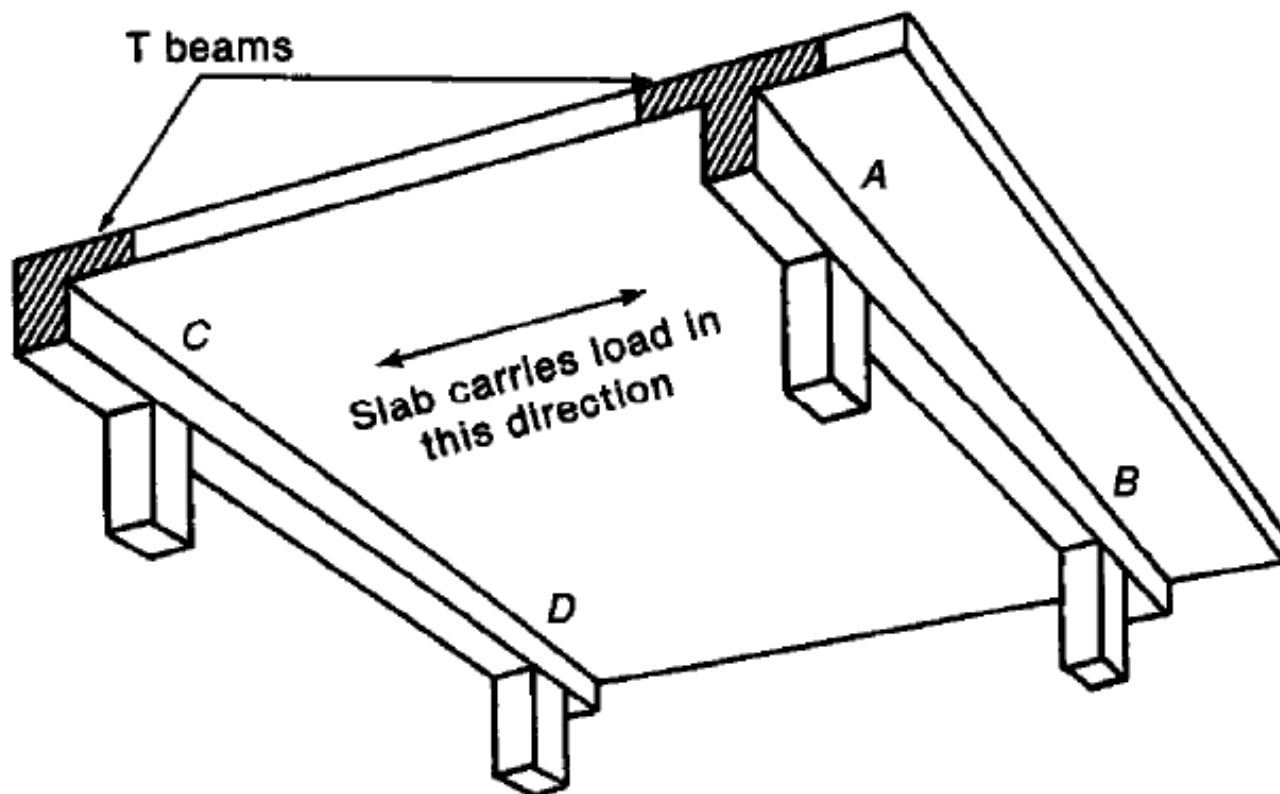


واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع T شکل

به شکل زیر توجه کنید. سقف از نوع دال بتنی می باشد.

در این سقف اگر بتن ریزی سقف و تیرها همزمان انجام شود، می توان قسمتی از سقف را به عنوان بال تیر T شکل منظور کرد. در این حالت مانند شکل زیر تیر T شکل خواهیم داشت.





واحد تهران شرق

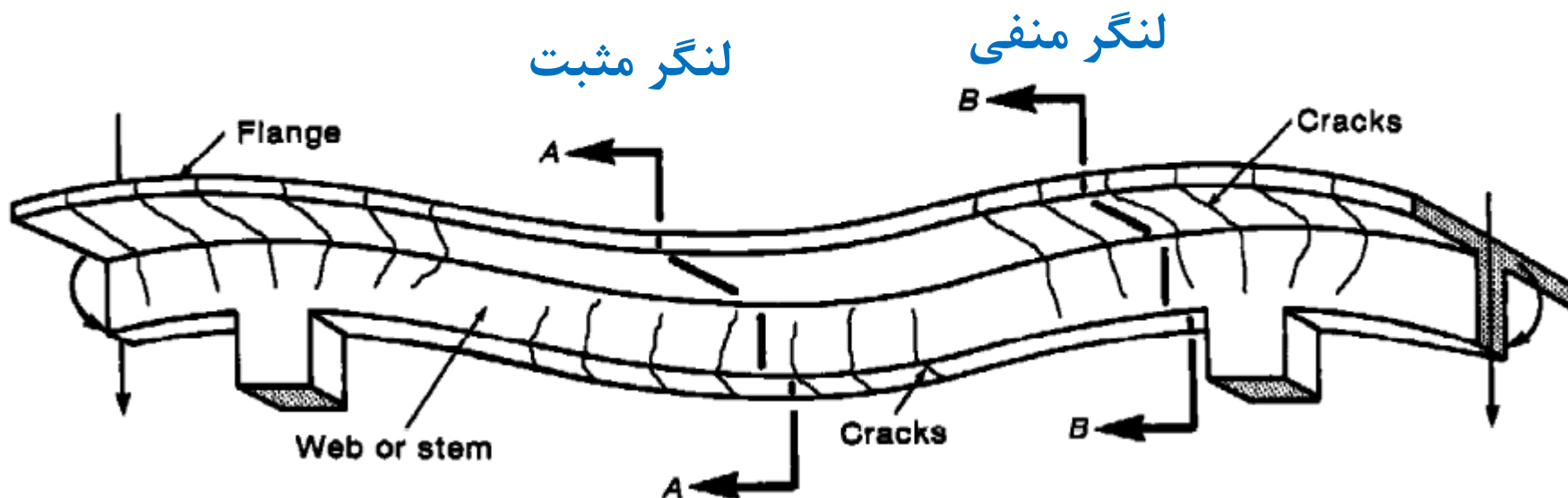
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

101

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع T شکل

شکل زیر تغییر شکل یک تیر T شکل و ترک های ایجاد شده در آن را نشان میدهد:

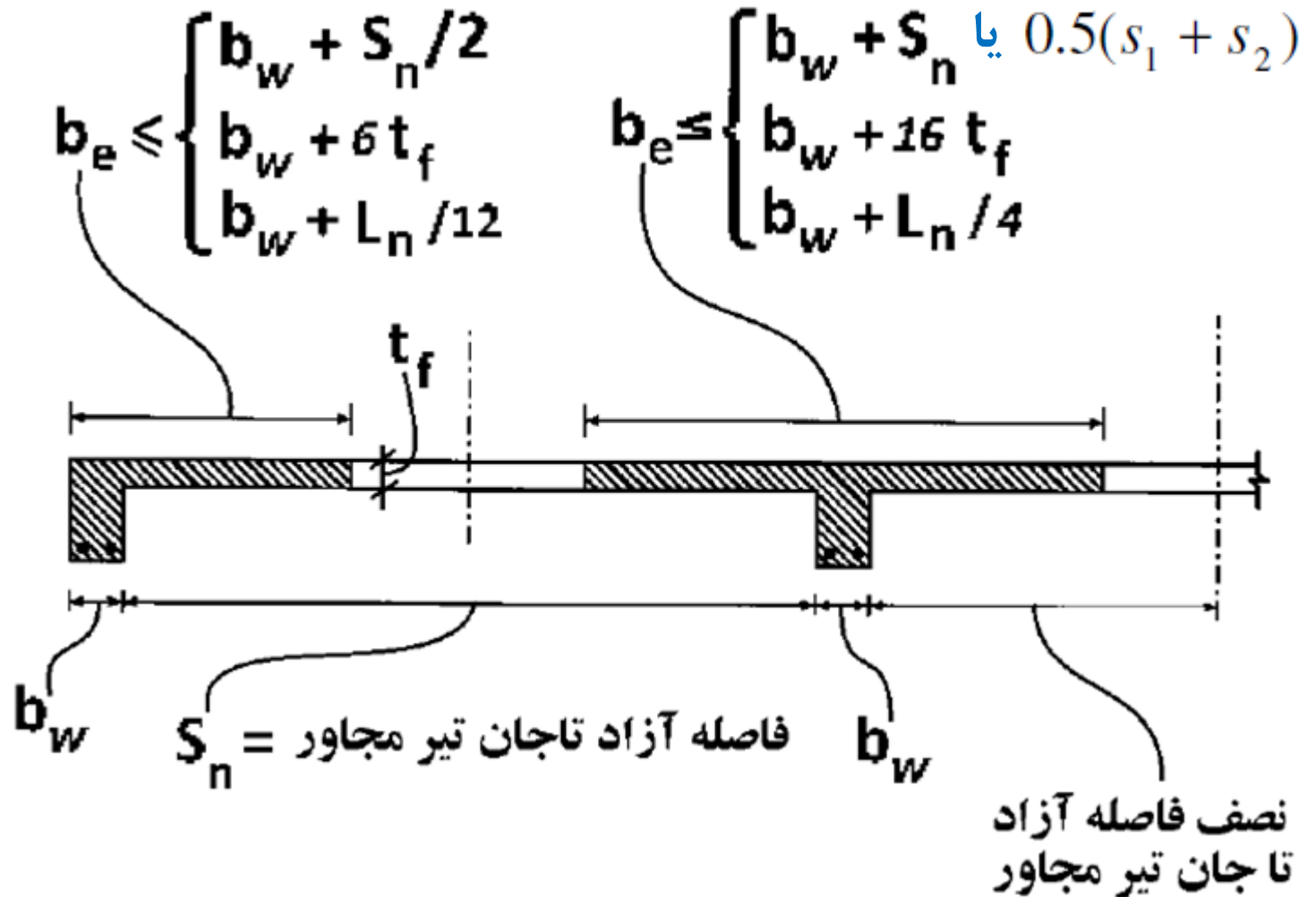


مقطع A: رفتار T شکل



مقاومت خمشی مقطع T شکل (عرض موثر) - (بند ۹-۶-۳-۳)

واحد تهران شرق





واحد تهران شرق

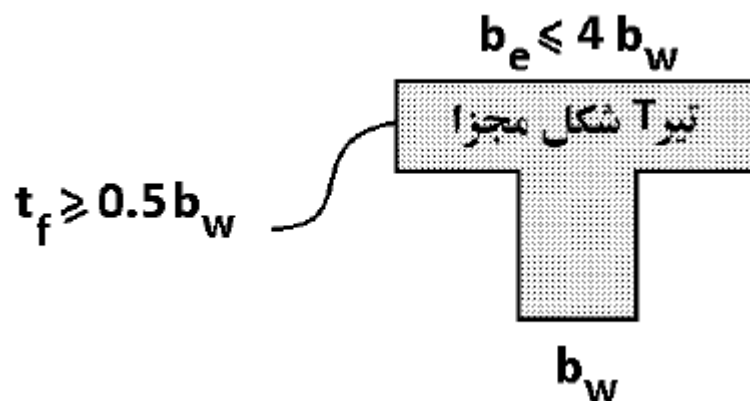
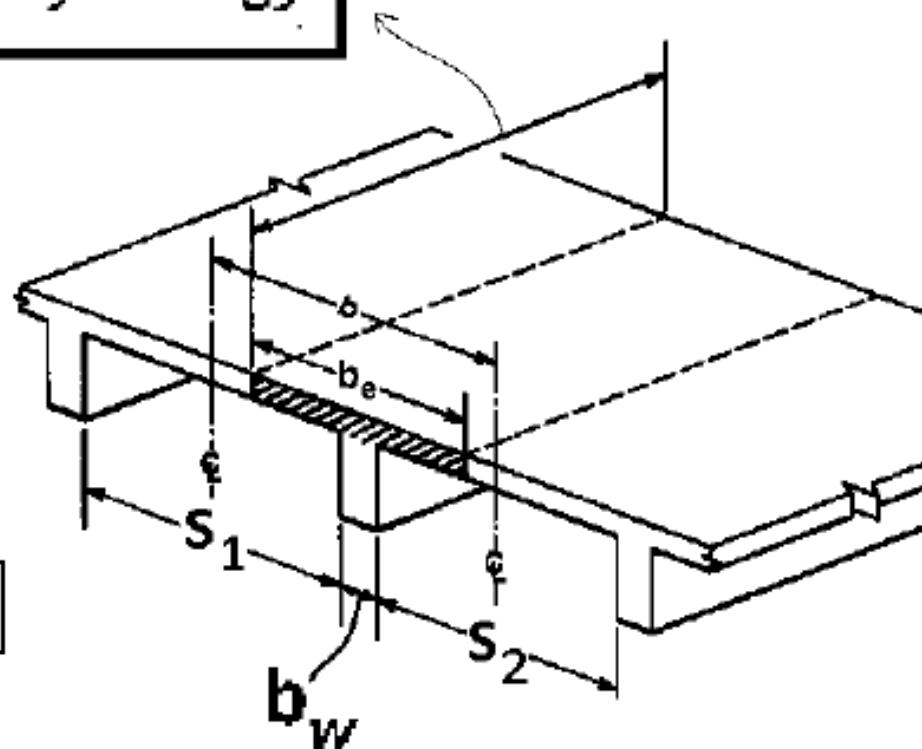
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

103

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع T شکل (عرض موثر)

طول دهانه آزاد تیر L_n



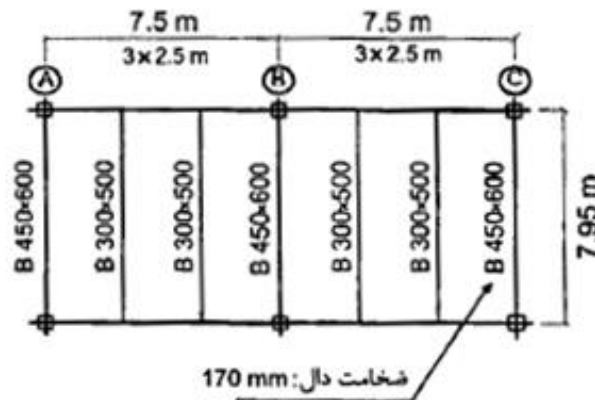


واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع T شکل (عرض مؤثر)

محاسبات ۹۵

۲۹- در تیرریزی یک سازه بتن مسلح مطابق شکل در نظر است، که مقطع تیر واقع در محورهای A و C به صورت مقطع L در طراحی در نظر گرفته شود تا سطح فشاری مقطع جهت کنترل تغییر شکل افزایش یابد. عرض مؤثر بال مقطع L با توجه به مقررات به کدام گزینه نزدیک تر است؟ ارقام مربوط به ابعاد مقطع تیر به ترتیب عرض و ارتفاع مقطع بر حسب میلی متر است. تمام ستون ها 450×450 میلی متر است.



(۱) 1075 میلی متر

(۲) 625 میلی متر

(۳) 1470 میلی متر

(۴) 1270 میلی متر

گزینه ۱ حل بر اساس مقطع L شکل:

$$b_e = \min \left(b_w + \frac{S_n}{2}, b_w + 6t_f, b_w + \frac{L_n}{12} \right)$$

$$= \min \left(450 + \frac{2500 - \frac{450}{2} - \frac{300}{2}}{2}, 450 + 6 \times 170, 450 + \frac{(7950 - 450)}{12} \right) = \min(1512, 1470, 1075) = 1075 \text{ mm}$$



واحد تهران شرق

105

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

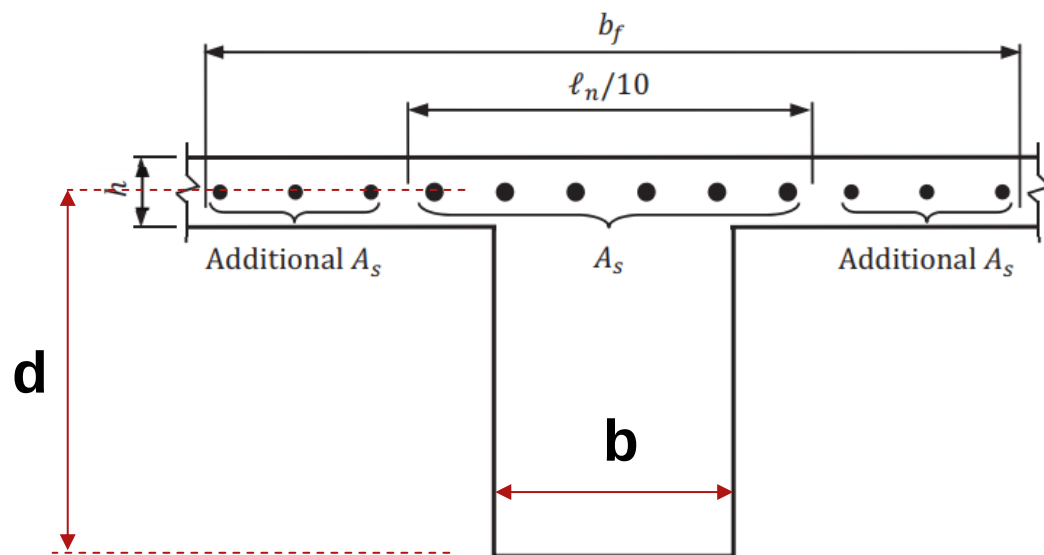
مقاومت خمشی مقطع T شکل - لنگر منفی

۹-۲۰-۴ حداقل مقاومت خمشی ستون‌ها

در تیرهای T شکل

در صورتی که دال در اثر لنگرهای وارد در بر گره تحت کشش قرار گیرد، در محاسبه M_{nb} باید آرماتورهای دال واقع در عرض موثر آن، مطابق بند ۶-۳-۳، که مهار آن‌ها در حد تسلیم در مقطع بحرانی خمشی تامین شده باشد، نیز منظور گردند.

کل آرماتور موجود در عرض موثر وارد می شود.



$$M_n = A_s F_y d \left(1 - 0.59 \rho \frac{F_y}{f'_c} \right)$$

$$\rho = \frac{A_s}{b.d}$$

$$\text{Additional } A_s (\text{total}) \geq 0.0018 [b_f - (l_n/10)] h$$



واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

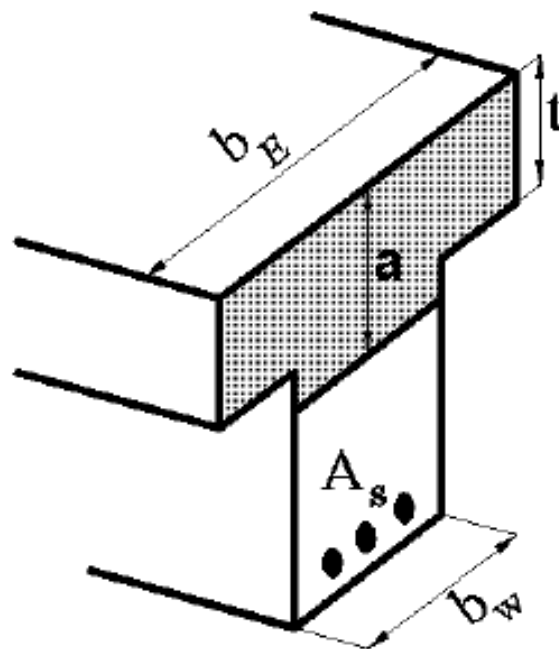
106

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع T شکل - لنگر مثبت

مراحل محاسبه مقاومت خمشی تیر T شکل

۱- یافتن a اولیه:



$$a = \beta_1 x = \frac{A_s (F_y)}{(b_E)(0.85 f'_c)}$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

107

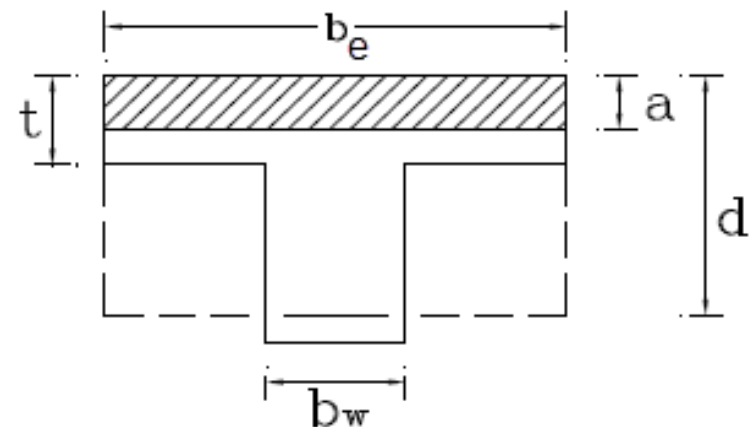
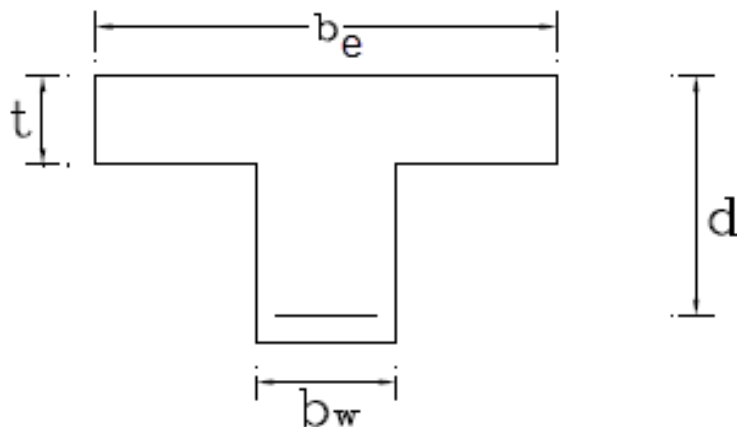
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع T شکل - لنگر مثبت

۲- اگر a اولیه کمتر از t بود، مقطع مستطیلی عمل خواهد کرد و مقاومت خمشی مقطع بدست می آید:

$$a \leq t \rightarrow \text{مستطیلی} \rightarrow \phi M_n = \phi A_s F_y \left(d - \frac{A_s (F_y)}{2(b_E)(0.85 f'_c)} \right)$$





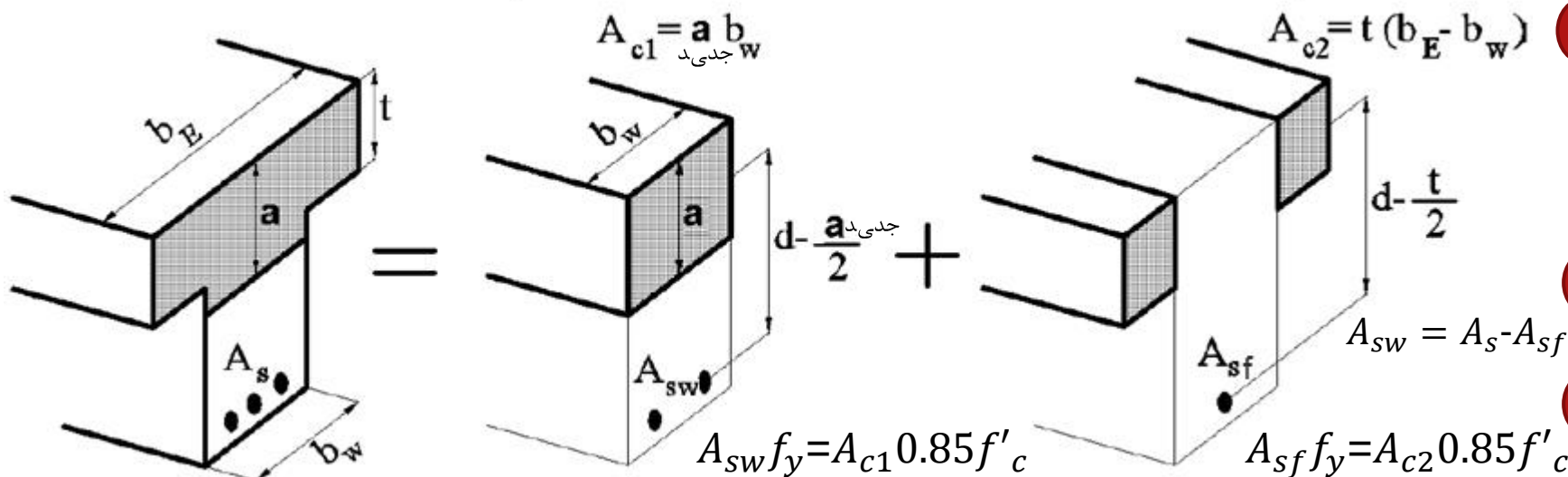
مقاومت خمشی مقطع T شکل - لنگر مثبت

واحد تهران شرق

۳- اگر a اولیه بزرگتر از t بود، مقطع T شکل عمل خواهد کرد مقدار a باید مجددا محاسبه شود:

$$a > t \rightarrow \text{شکل T} \rightarrow a_{\text{جدید}} = \frac{A_s(F_y) - A_{c2}(0.85f'_c)}{(b_w)(0.85f'_c)} = \frac{A_{sw}(F_y)}{(b_w)(0.85f'_c)}$$

$$\rightarrow \phi M_n = \phi \left(A_{c1}(0.85f'_c) \left(d - \frac{a_{\text{جدید}}}{2} \right) + A_{c2}(0.85f'_c) \left(d - \frac{t}{2} \right) \right)$$





مقاومت خمشی مقطع T شکل

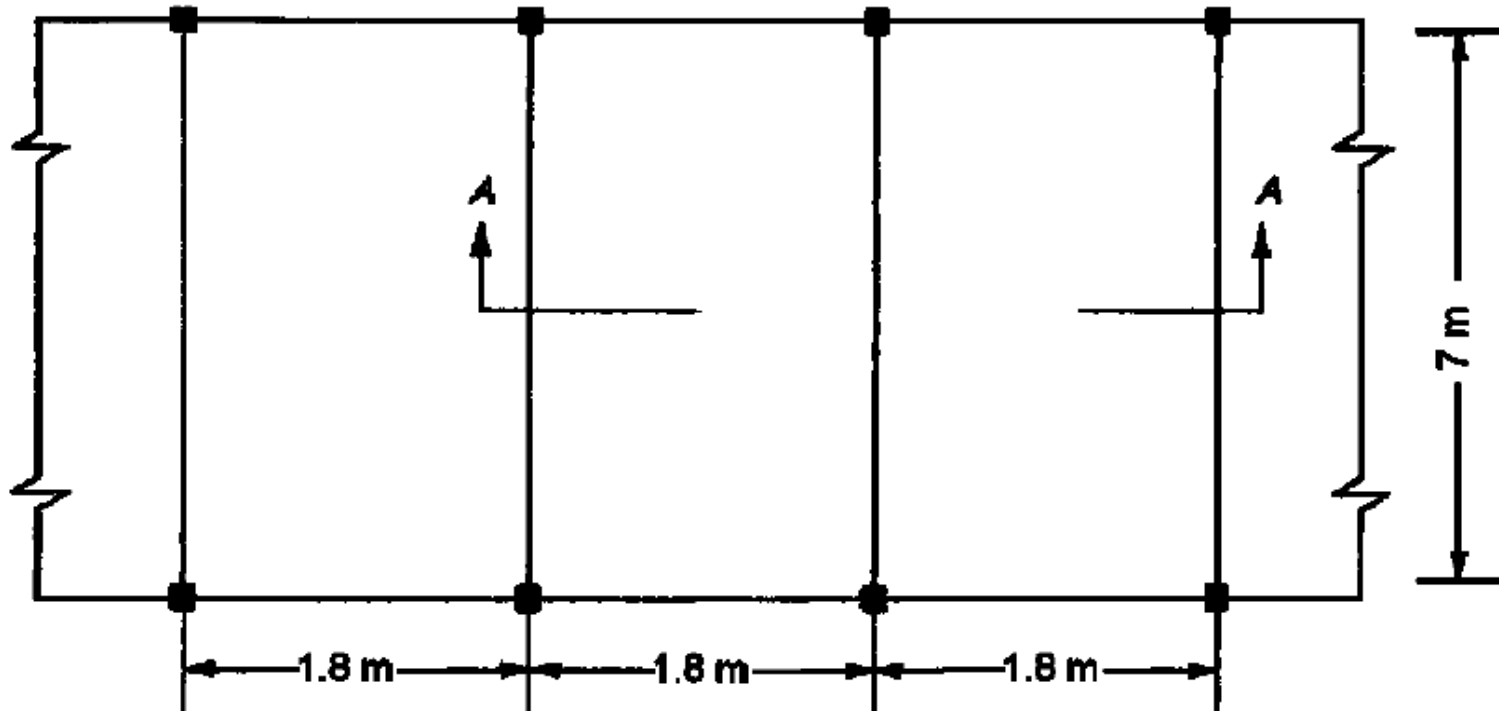
واحد تهران شرق

Example:

Calculate the design strength ϕM_n for one of the T beams in the positive moment region.
The beam has a clear span of 7 m (face to face).

$$f'_c = 28 \text{ MPa}, \quad f_y = 420 \text{ MPa}.$$

(پوشش روی میلگرد ۴۰ mm و قطر خاموت ۱۰ mm)





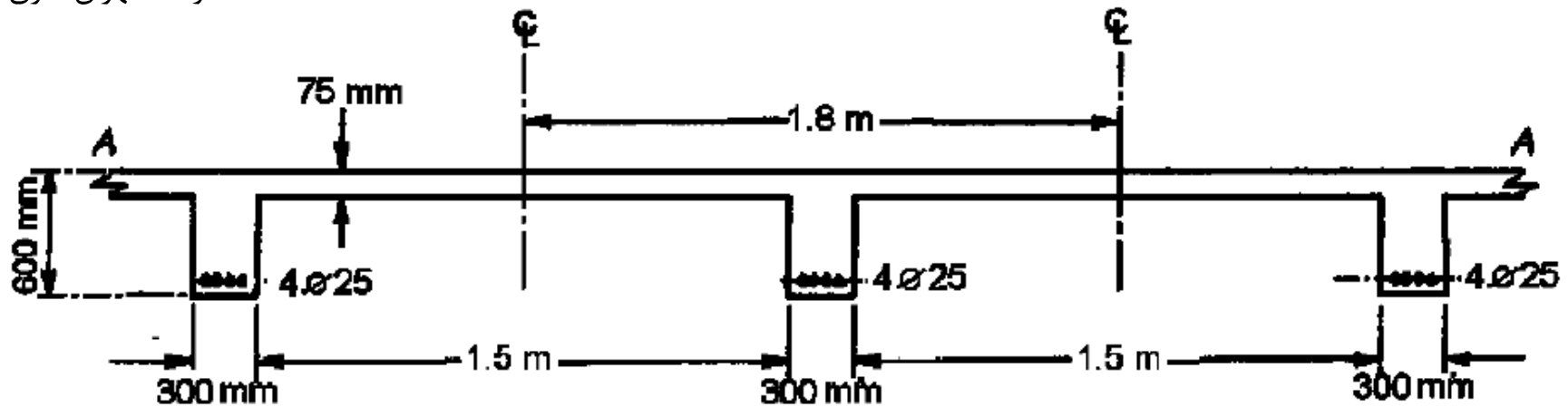
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

110

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع T شکل



Solution:

From the Geometry of T-section:

$$b_w = 300 \text{ mm}, \quad h = 600 \text{ mm}, \quad t = h_f = 75 \text{ mm}$$

$$A_s (4\text{Ø} 25) = 1963.5 \text{ mm}^2$$

b_e is the smallest of:

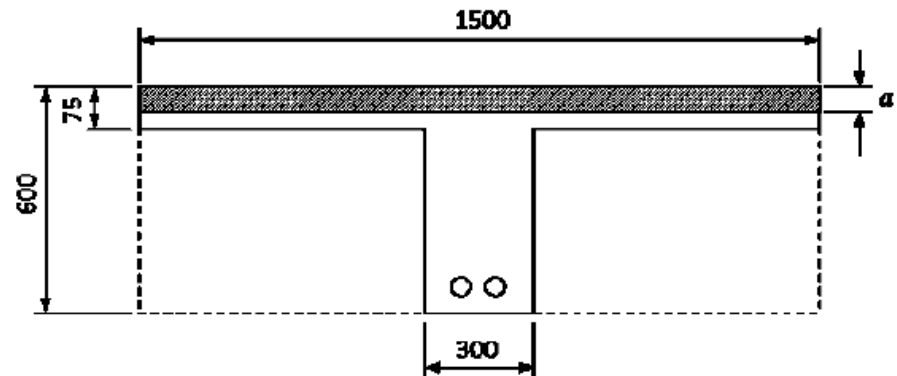
$$(a) \quad b_e \leq b_w + \frac{L_n}{4} = 300 + \frac{7000}{4} = 2050 \text{ mm},$$

$$(b) \quad b_e \leq b_w + 16h_f = 300 + 16 \cdot 75 = 1500 \text{ mm}, \quad - \text{control}$$

$$(c) \quad b_e \leq \text{Center to Center spacing between adjacent beams} = 1800 \text{ mm}.$$



Take $b_e = 1500 \text{ mm}$.





واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع T شکل

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b_e} = \frac{1963.5 \cdot 420}{0.85 \cdot 28 \cdot 1500} = 23.1 \text{ mm} < h_f = 75 \text{ mm}$$

The beam section will be considered as rectangular with $b = b_e = 1500 \text{ mm}$.

$$d = 600 - 40 - 10 - \frac{25}{2} = 537.5 \text{ mm}$$

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = 1963.5 \cdot 420 \left(537.5 - \frac{23.1}{2} \right) \times 10^{-6} = 433.74 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Check for strain $\epsilon_s \geq 0.005$

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \leq \rho_{\max}$$

ارتفاع تارخشی $\times c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{23.1}{0.85} = 27.18 \text{ mm},$

$$\beta_1 = 0.85$$

$$\epsilon_s = 0.003 \left(\frac{d - c}{c} \right) = 0.003 \left(\frac{537.5 - 27.18}{27.18} \right) = 0.0565 > 0.005 \quad OK$$

Take $\phi = 0.9$ for flexure as tension-controlled section.

$$M_u = \phi M_n = 0.9 \cdot 433.74 = 390.37 \text{ KN} \cdot \text{m}$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

112

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع T شکل

Example:

Compute the positive design moment capacity of the T-section beam. (پوشش روی میلگرد ۴۰ mm و قطر خاموت ۱۰ mm)

$$f'_c = 20 \text{ MPa}, \quad f_y = 420 \text{ MPa}.$$

Solution:

From the Geometry of T-section:

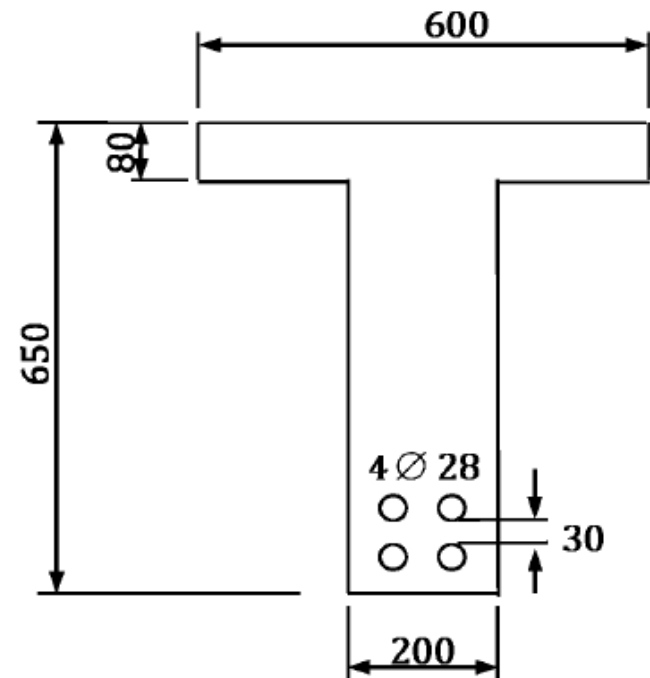
$$b_w = 200 \text{ mm}, \quad h = 650 \text{ mm}, \quad t = h_f = 80 \text{ mm}$$

$$A_s(4\varnothing 28) = 2463 \text{ mm}^2$$

Check if $a > h_f$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b_e} = \frac{2463 \cdot 420}{0.85 \cdot 20 \cdot 600} = 101.42 \text{ mm}$$

$a = 101.42 \text{ mm} > h_f = 80 \text{ mm}$. The beam section will be considered as T-section.





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

113

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع T شکل

واحد تهران شرق

$$A_{sf} = \frac{0.85 f'_c (b_e - b_w) h_f}{f_y} = \frac{0.85 \cdot 20(600 - 200)80}{420} = 1295.2 \text{ mm}^2$$

$$A_{sw} = A_s - A_{sf} = 2463 - 1295.2 = 1167.76 \text{ mm}^2$$

$$a = \frac{A_{sw} f_y}{0.85 f'_c b_w} = \frac{1167.76 \cdot 420}{0.85 \cdot 20 \cdot 200} = 144.25 \text{ mm}$$

A_s (4Ø 28) are arranged in two layers

$$d = 650 - 40 - 10 - 28 - \frac{30}{2} = 557 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} M_n &= A_{sf} f_y \left(d - \frac{h_f}{2} \right) + A_{sw} f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = \\ &= \left[1295.2 \cdot 420 \left(557 - \frac{80}{2} \right) + 1167.76 \cdot 420 \left(557 - \frac{144.25}{2} \right) \right] \times 10^{-6} = 519.05 \text{ KN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Check for strain $\varepsilon_s \geq 0.005$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

114

واحد تهران شرق

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت خمشی مقطع T شکل

Check for strain $\varepsilon_s \geq 0.005$

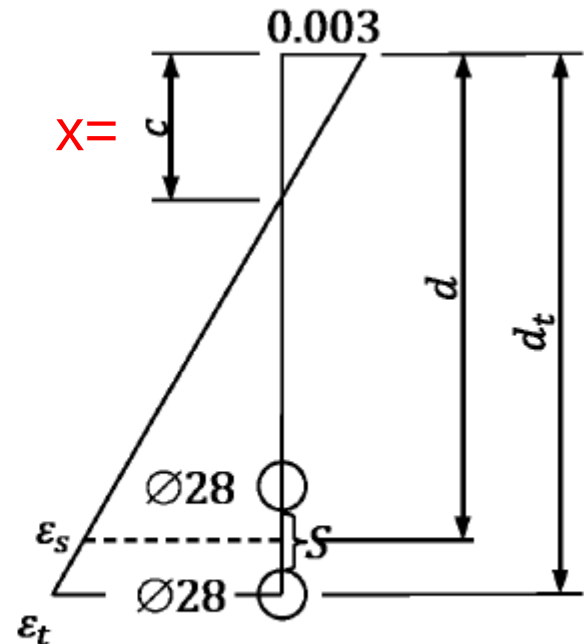
$$x=c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{144.25}{0.85} = 169.7 \text{ mm}, \quad \beta_1 = 0.85$$

$$d_t = d + \frac{s}{2} + \frac{d_b}{2} = 557 + \frac{30}{2} + \frac{28}{2} = 586 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= 0.003 \left(\frac{d_t - c}{c} \right) = 0.003 \left(\frac{586 - 169.7}{169.7} \right) = \\ &= 0.00736 > 0.005 \quad OK \end{aligned}$$

Take $\phi = 0.9$ for flexure as tension-controlled section.

$$M_u = \phi M_n = 0.9 \cdot 519.05 = 467.15 \text{ KN} \cdot \text{m}$$





واحد تهران شرق

115

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

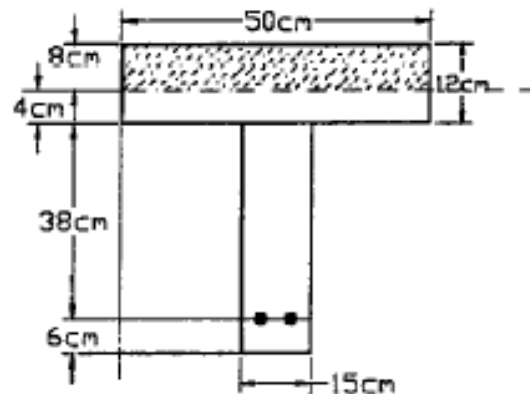
مقاومت خمشی مقطع T شکل

تمرین: محاسبات ۸۹

۲۹- در یک تیر بتنی با مقطع T شکل، ناحیه بلوک فشاری تنش (با فرض توزیع یکنواخت تنش) مطابق شکل نشان داده شده است. ارماتور کششی لازم مقطع برابر است با:

$$f'_c = 25 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_y = 300 \text{ kg/cm}^2$$



$$9/12 \text{ cm}^2 \quad (1)$$

$$2/5 \text{ cm}^2 \quad (2)$$

$$11/67 \text{ cm}^2 \quad (3)$$

$$20/7 \text{ cm}^2 \quad (4)$$

$$a(b)(\alpha f'_c) = A_s(F_y)$$

$$80(500)(0.85 \times 25) = A_s(300) \rightarrow A_s = 2833.3 \text{ mm}^2$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

واحد تهران شرق

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

سختی خمشی مقطع T شکل

۱-۳-۵-۶-۹ اعضا برای بارهای ضریب دار

۱-۱-۳-۵-۶-۹ مشخصات مقطع شامل ممان اینرسی و سطح مقطع اعضا باید بر اساس جدول‌های ۱-۳-۵-۶-۹ الف و یا ۲-۶-۹-۲-۶-۹ محاسبه شوند؛ مگر آن که بتوان آن‌ها را از تحلیل‌های دقیق‌تری به دست آورد. در صورت وجود بارهای جانبی دائمی، ممان اینرسی ستون‌ها و دیوارها را باید بر ضریب $(1 + \beta_{ds})$ تقسیم نمود. β_{ds} برابر با نسبت برش دائمی در کل طبقه به حداکثر برش کل طبقه در همان ترکیب بار می‌باشد. ممان اینرسی ناخالص تیرهای T شکل با منظور کردن عرض مؤثر بال محاسبه می‌شود؛ و یا دو برابر ممان اینرسی ناخالص مقطع مستطیلی جان منظور می‌گردد.

۳-۲-۲-۱۹-۹ در تیرها و دال‌های یک طرفه‌ی پیوسته، ممان اینرسی مؤثر برابر با مقدار متوسط وزن‌دار ممان اینرسی‌های مؤثر عضو در وسط دهانه، I_{em} ، و در بُر تکیه‌گاه‌ها، I_{el} و I_{er} ، و با استفاده از رابطه‌ی (۲-۱۹-۹) تعیین می‌گردد.

$$I_e = \frac{1}{4}(I_{el} + 2I_{em} + I_{er}) \quad (2-19-9)$$

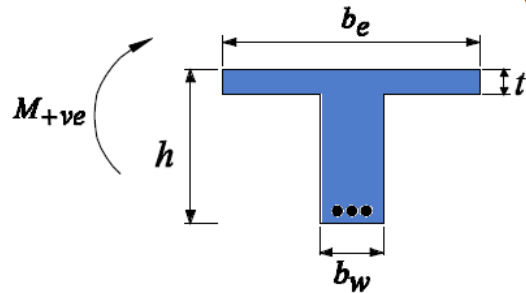
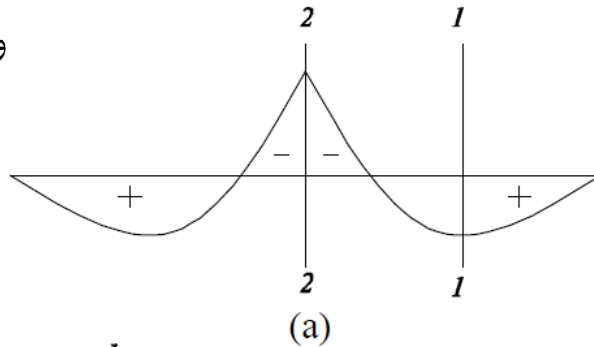
24.2.3.6 For continuous one-way slabs and beams, I_e shall be permitted to be taken as the **average** of values obtained from Table 24.2.3.5 for the critical **positive and negative** moment sections.



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

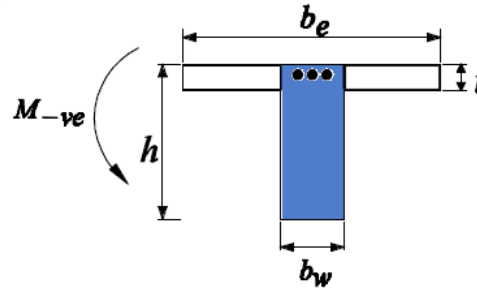
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق



Sec. 1-1

(b)



Sec. 2-2

(c)

سختی خمشی مقطع T شکل

با توجه به موارد فوق و با نگرش به نظرات ACI ، می توان مطابق بند 24.2.3.6 آیین نامه ACI و یا بند ۹-۱۹-۲-۳ از متوسط ممان اینرسی مقطع در ممان مثبت و منفی استفاده نمود:

$$I_{e,avg} = \frac{I_{e, pos} + I_{e, neg}}{2}$$

بنابراین با توجه به بندهای بالا ضریب زیر برای تیرها منطقی خواهد بود: (مقادیر ضرایب کاهش سختی مطابق ACI و مبحث ۹)

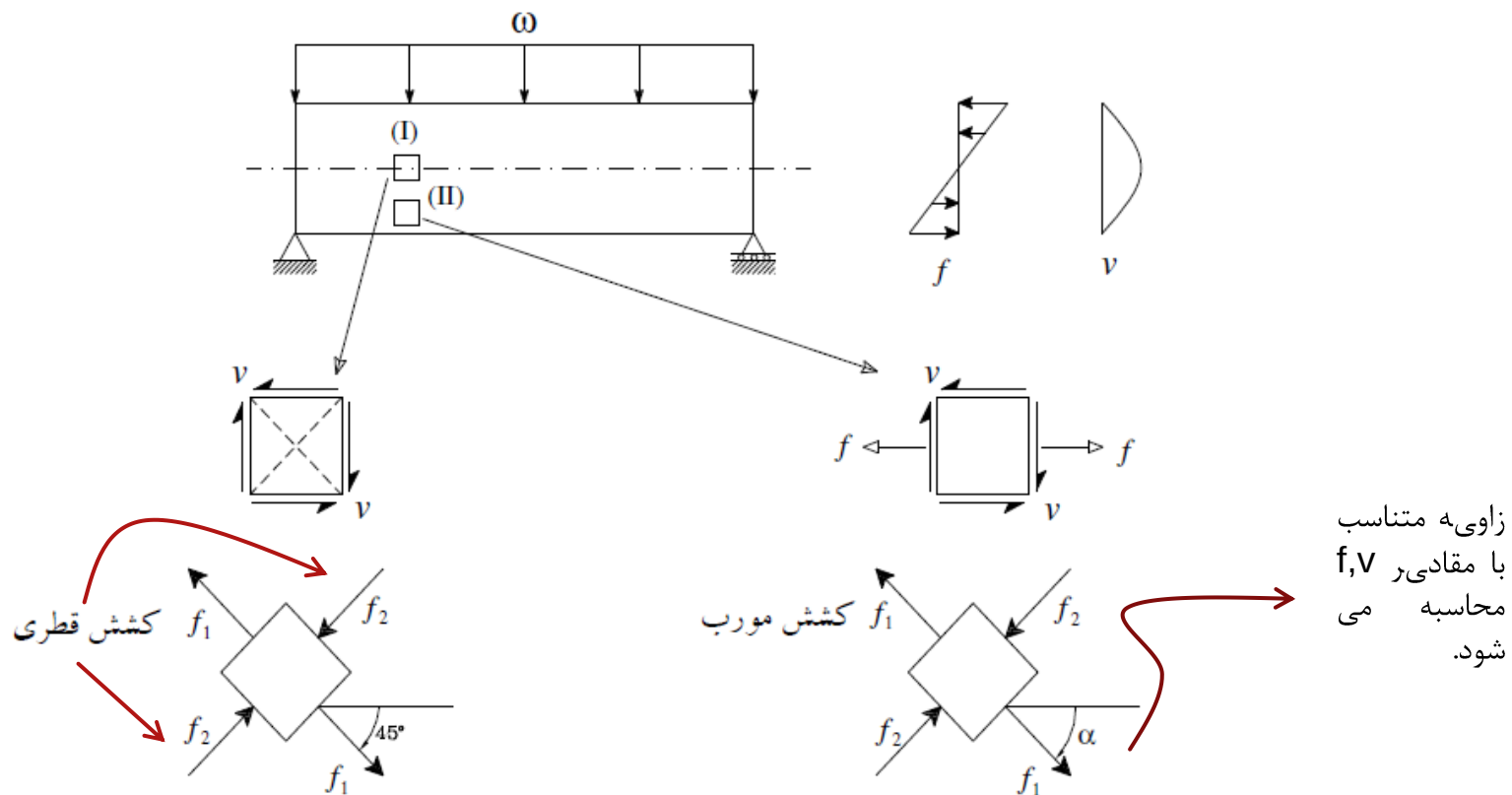
$$(0.7+0.35)/2 = 0.525 \approx 0.5$$



واحد تهران شرق

۵- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت برش

تیر ساده ای تحت اثر بار ω را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. برای تیر همگن و الاستیک زیر المانهای نشان داده شده بر روی تار خشی و در فاصله بین تار خشی و تار کششی دارای تنشهایی مطابق زیر می باشند. صفحات اصلی و تنشهای اصلی مطابق زیر و به صورت کششی و فشاری تعیین می گردند.





واحد تهران شرق

۵- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت برش

تنش‌های نرمال (عمود بر سطح) ماکسی‌مم و مینی‌مم ($\sigma_{1,2}$) با عنوان «تنش‌های اصلی» شناخته می‌شوند.

1) المان **I** چون بر روی محور خنثی قرار دارد، فقط تنش‌های برشی بر روی المان وجود داشته و تنش‌های خمشی صفر می‌باشند. بنابراین اگر با استفاده از روابط تنش‌های اصلی مقدار و امتداد آن تنشها را بدست آوریم داریم:

$$\sigma_{1,2} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

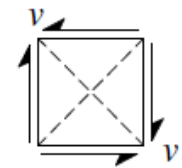
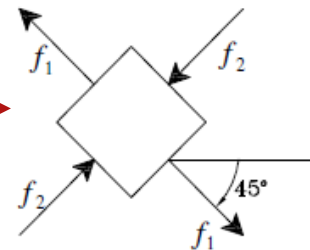
$$\tau_{xy} = \pm v \quad (\sigma_x = \sigma_y = 0) \text{ برش خالص}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (\sigma_x = \sigma_y = 0) \text{ برش خالص}$$

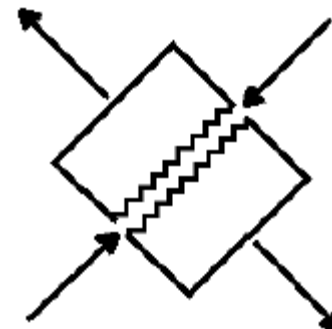
$$\tan 2\alpha = \infty \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

زاویه تنش‌های ماکسیمم
و مینیمم

$$\tau_{xy} = f_{1,2} = \pm v$$



(I)



مقدار تنش‌های برشی
بر روی صفحات اصلی
صفر است.



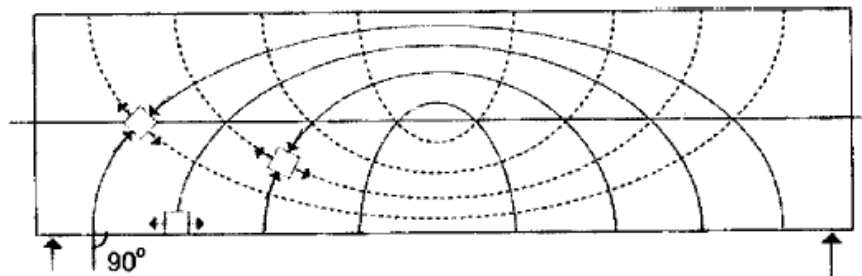
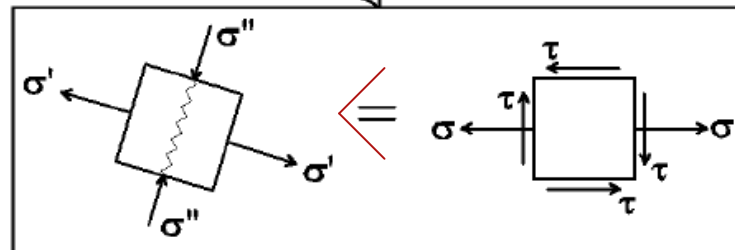
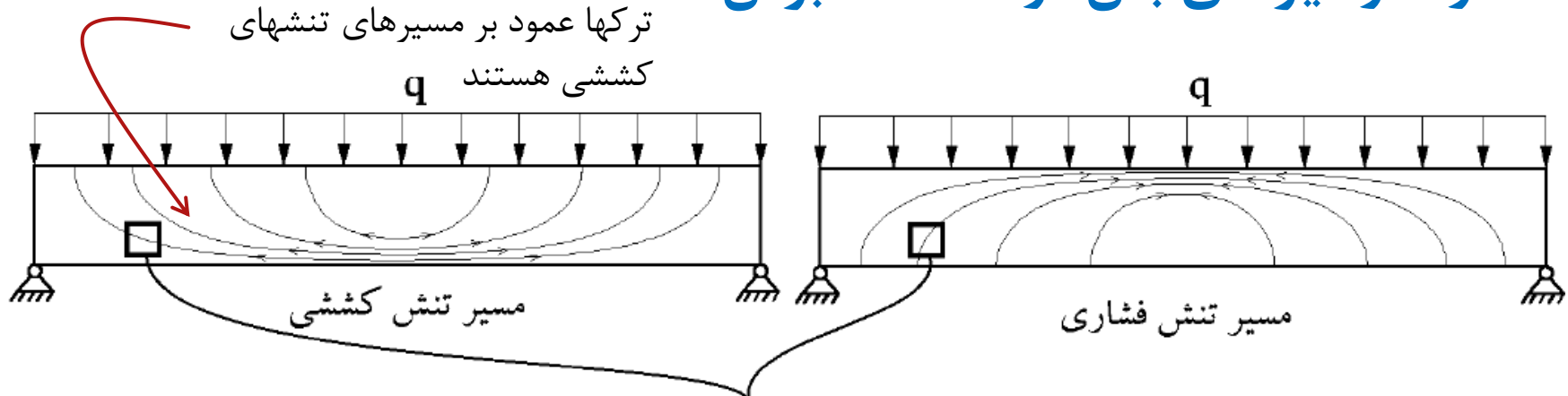
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

120

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۵- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت برش

واحد تهران شرق

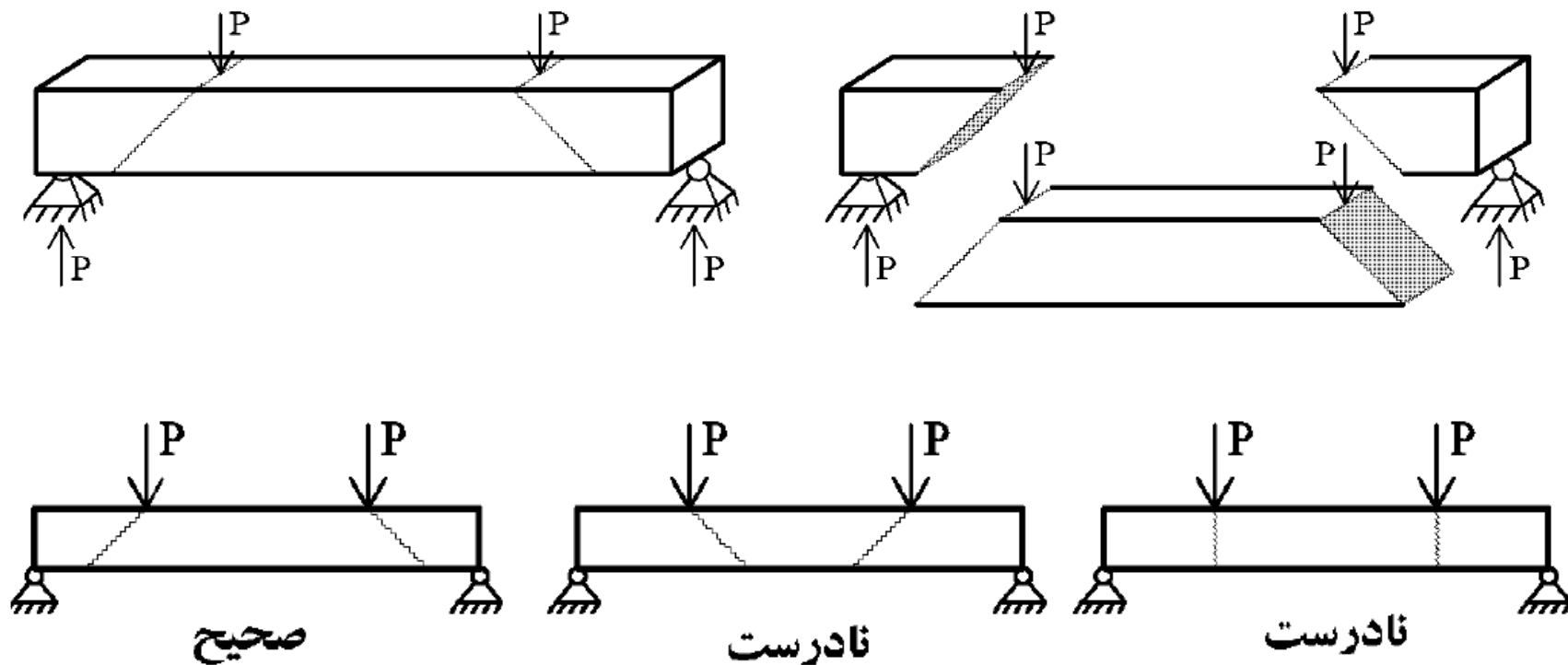




واحد تهران شرق

۵- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت برش

ترکهای برشی با راستای نیروی وارده زاویه ۴۵ درجه می سازند. در حقیقت بتن تحت "برش" به صورت کششی "ترک" می خورد. نحوه تشخیص ترک: تیر به صورتی ترک می خورد که بتواند در راستای اعمال نیرو حرکت کند:





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

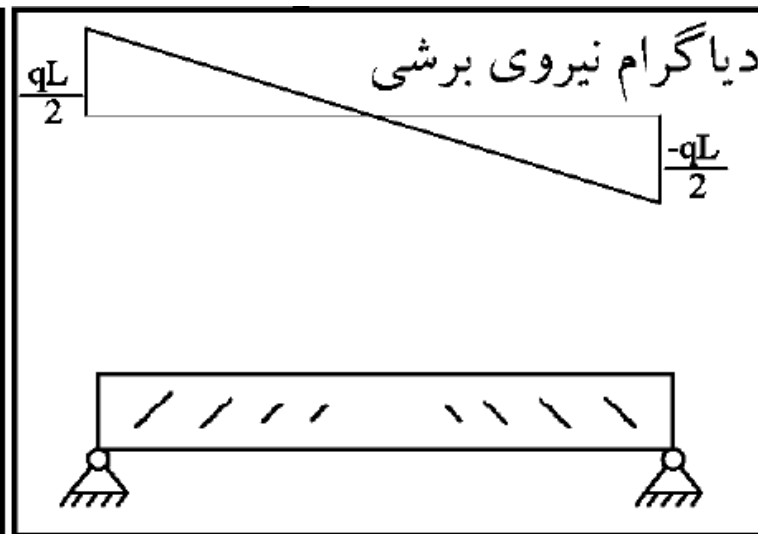
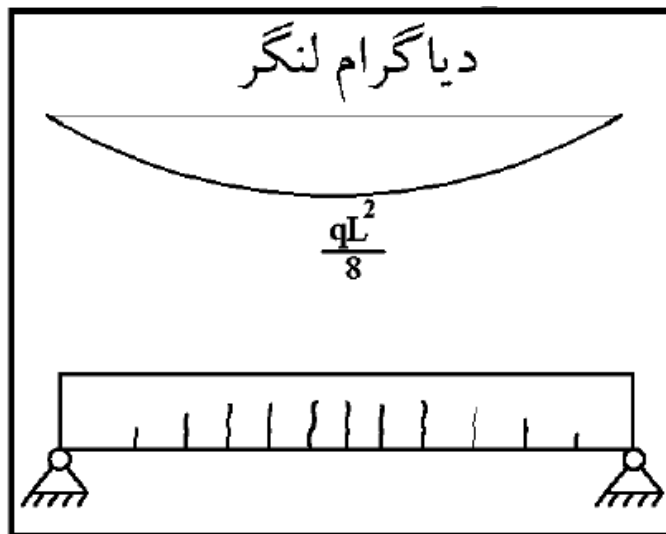
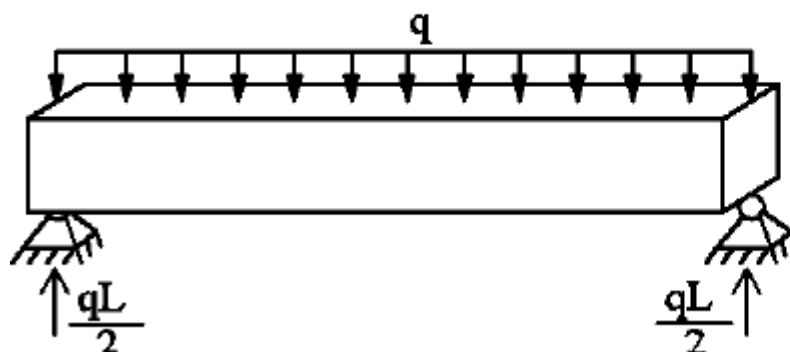
122

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

۵- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت برش

ترکیب برش و خمش در تیر ساده تحت بار گسترده





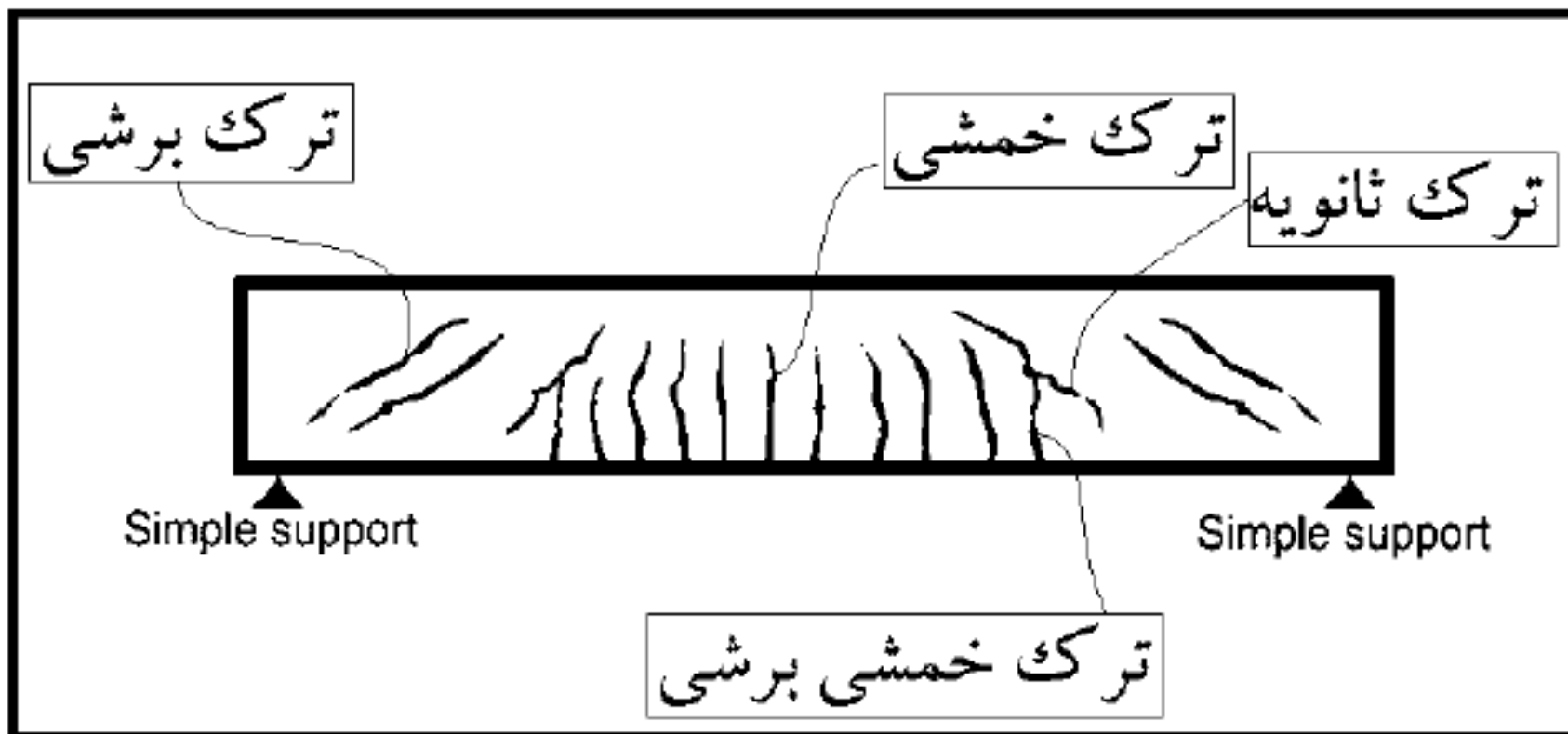
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

123

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

۵- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت برش

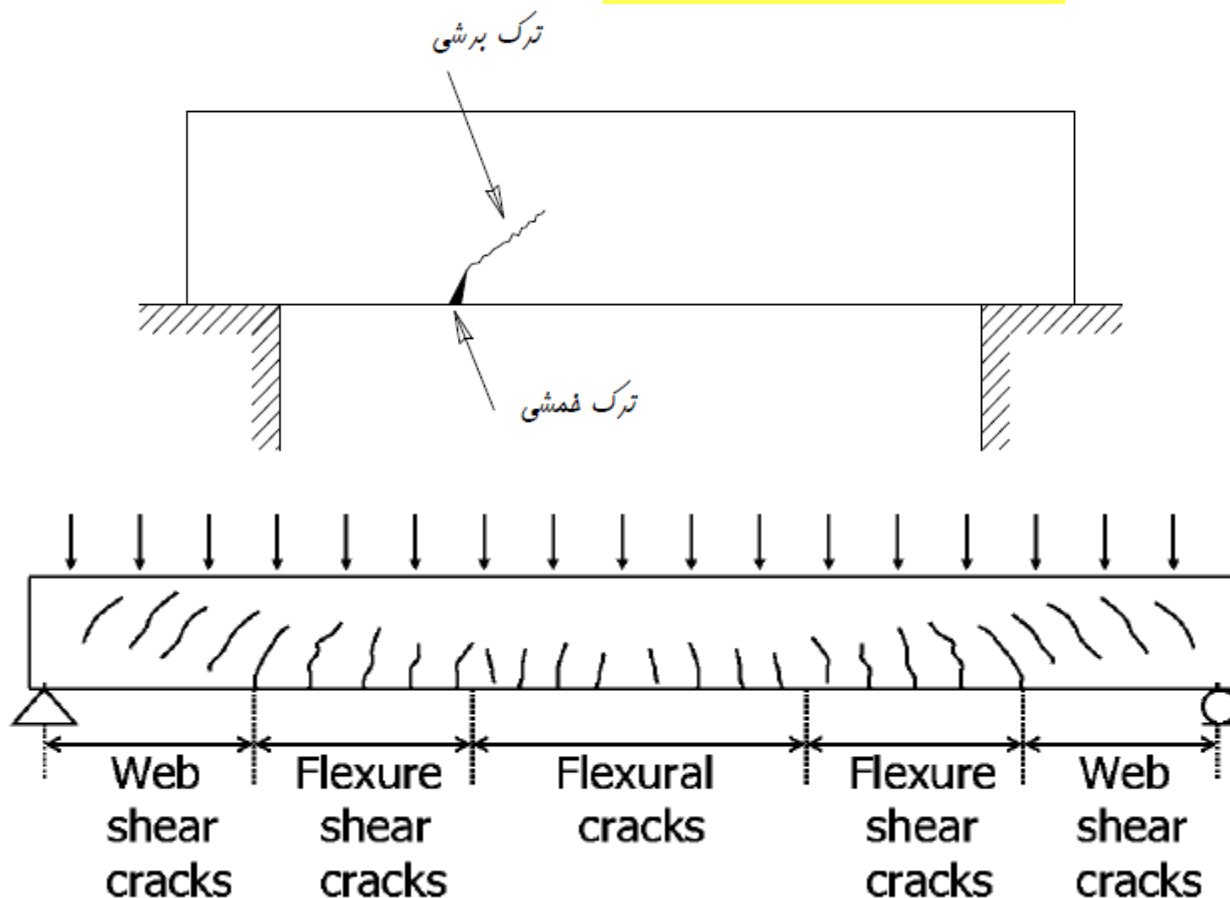




واحد تهران شرق

۵- رفتار تیرهای بتن آرمه تحت برش

در مقطع مستطیلی تحت برش، تنش برشی حداکثر در وسط جان اتفاق می افتد و بنابراین ترک های برشی از وسط مقطع شروع می شوند. در مقطع مستطیلی تحت خمش، تنش خمشی حداکثر در پایین مقطع اتفاق می افتد و بنابراین ترک ها از پایین مقطع شروع می شوند.





مقاومت برشی:

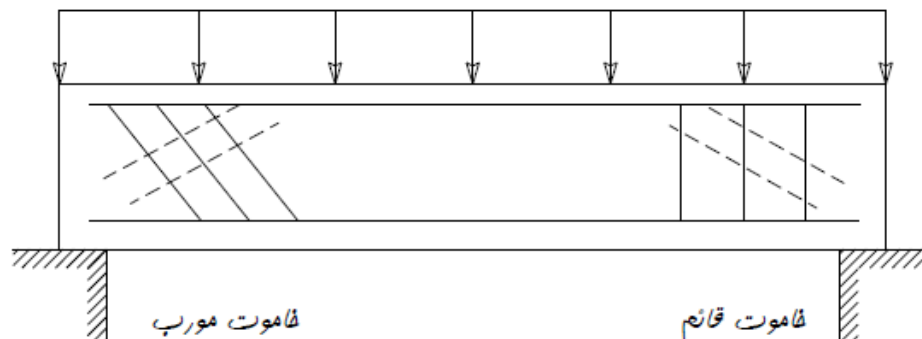
تیرهای بتن مسلح با آرماتور برشی (خاموت)

واحد تهران شرق

همانطور که ابتدای این فصل ذکر گردید نه تنها تنشهای خمشی بلکه تنشهای برشی خالص و ترکیب تنشهای خمشی و برشی در طول تیر می توانند باعث ایجاد کشش شوند که این اثر برای تیرهای بتنی که در کشش ضعیف می باشند یک تهدید به شمار می رود و برای جبران آن نیاز به میلگردهای برشی می باشد. میلگردهای برشی تا قبل از ایجاد ترک، نیروهای قابل توجهی را تحمل نمی کنند ولی با ایجاد ترک قطری عملکرد این میلگردها آغاز می گردد. بنابراین به منظور استفاده بهینه از آنها بهتر است که این میلگردها بر ترکها عمود باشند ولی به دو علت زیر این کار عملاً صورت نمی گیرد.

- 1) رعایت دقیق زاویه خاموتها در طول تیر بسیار مشکل است.
- 2) زاویه ترکها در طول تیر تغییر می کند.

بنابراین در بیشتر موارد میلگردهای برشی به صورت قائم و عمود بر محور طولی تیر قرار داده می شوند.



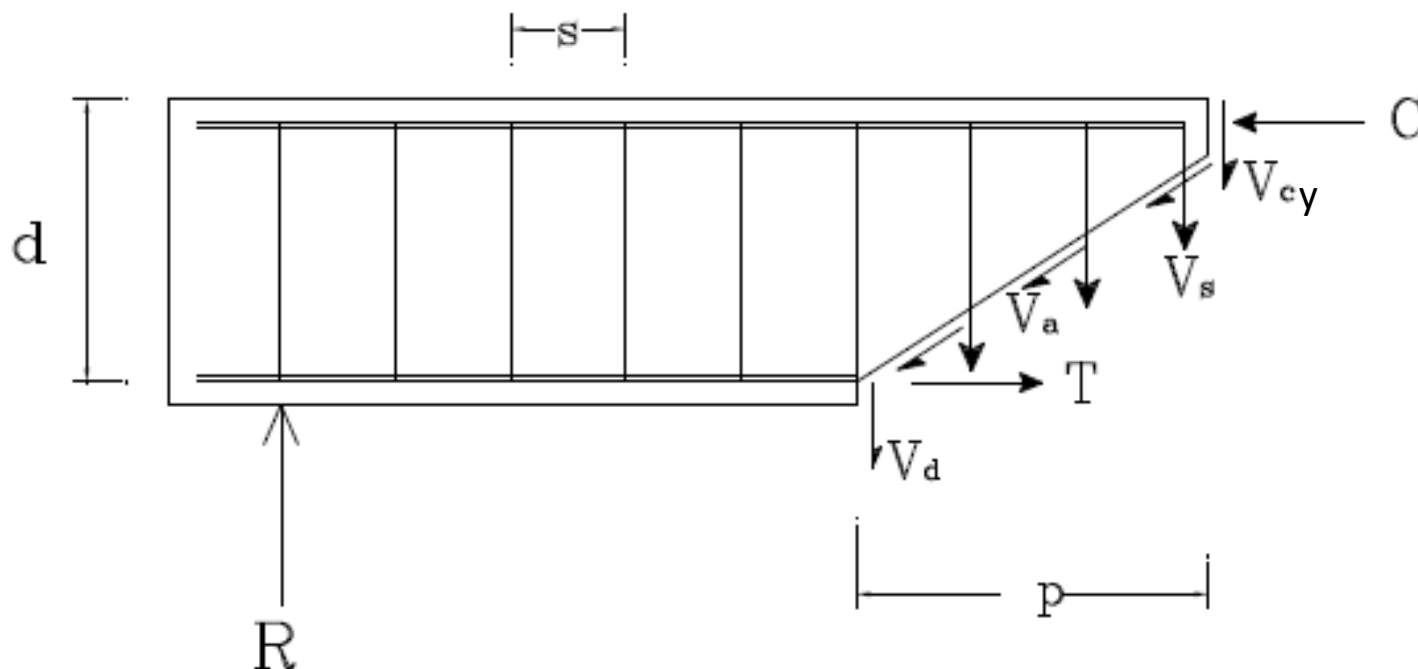


واحد تهران شرق

مقاومت برشی:

تیر با خاموتهای قائم: (بعد از ترک خوردگی)

در حالت استفاده از خاموتهای قائم و با در نظر گرفتن شرایط تسلیم برای این آرماتورها می توان روابط زیر را نوشت.



مجموع ای‌ن‌ها به
عنوان V_c
(مقاومت بتن
ترک نخورده)
معرفی می شود.

$$V_n = V_{cy} + V_d + V_{ay} + V_s$$

$$V_n = V_c + V_s$$

$$\phi V_n \geq V_u$$

(الف) مقاومت برشی بتن ترک نخورده V_{cy}

(ب) نیروی ناشی از درگیر بودن دانه های سنگی در محل ترک (قفل و بست میان دانه ای) V_a

(ج) عملکرد شاخه ای میلگرد طولی V_d (DOWEL ACTION)

(د) مقاومت میلگرد برشی V_s

۰.۷۵



ϕ برش

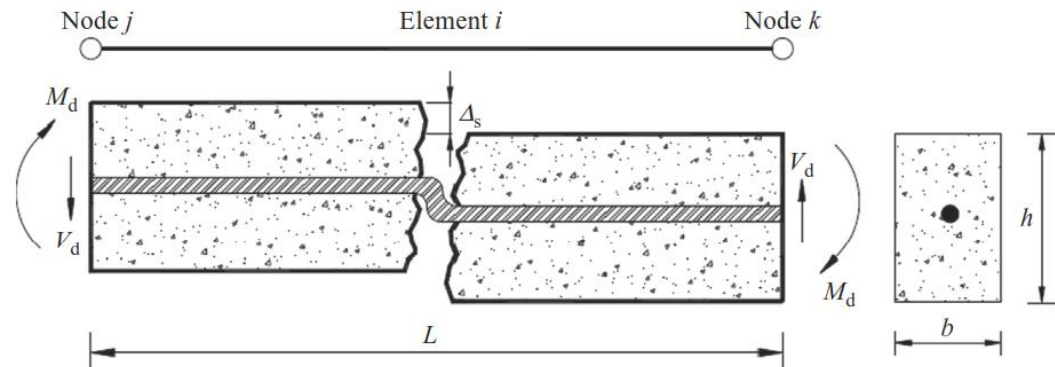


عملکرد شاخه ای تحت خمش: (DOWEL ACTION)

واحد تهران شرق

Modeling dowel action of reinforcement bars for finite element analysis of concrete structures.

X.G. He, A.K.H. Kwan



$$V_d = E_s I_s \lambda^3 \Delta_s \leq V_{du}$$

$$I_s = \frac{\pi \phi_s^4}{64}, \quad \lambda = \sqrt[4]{\frac{k_c \phi_s}{4 E_s I_s}}, \quad k_c = \frac{127 c \sqrt{f_c}}{\sqrt[3]{\phi_s^2}}$$

که در آن E_s مدول الاستیسیته طولی فولاد است، I_s ممان اینرسی مقطع دایره ای، ϕ_s قطر آرماتور، λ پارامتری است که سختی بتن احاطه شده را با سختی آرماتور مقایسه می کند، Δ_s جابجایی آرماتور است. k_c نشان دهنده ضریب سختی بتن اطراف، f_c مقاومت فشاری بتن و c یک پارامتر آزمایشی است که فاصله بین آرماتورها را منعکس می کند که بین ۰.۶ (برای فاصله خالص ۲.۵ سانتیمتر بین میلگردها) تا ۱ (برای فاصله بیشتر) است.

σ_{sy} نشان دهنده تنش تسلیم آرماتورهای طولی است. (or 0.6 σ_{sy}) $V_{du} = 1.27 \phi_s^2 \sqrt{f_c} \sqrt{\sigma_{sy}}$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

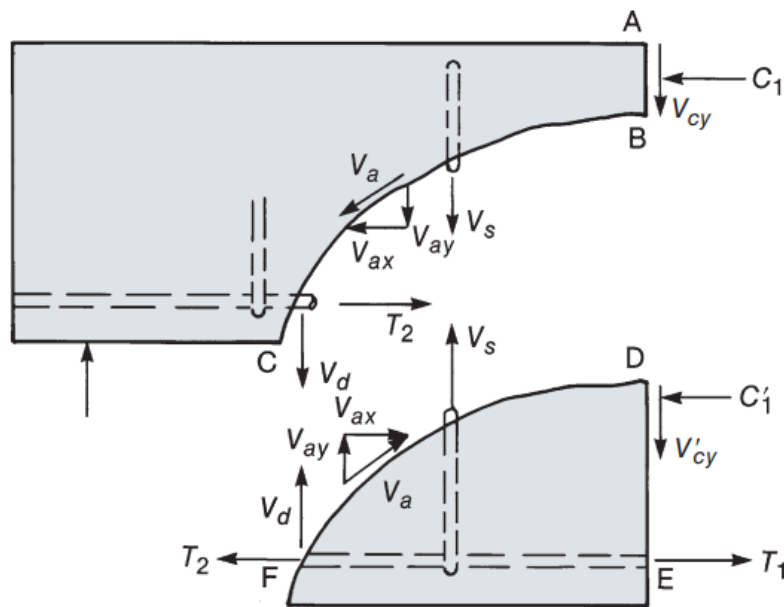
128

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت برشی:

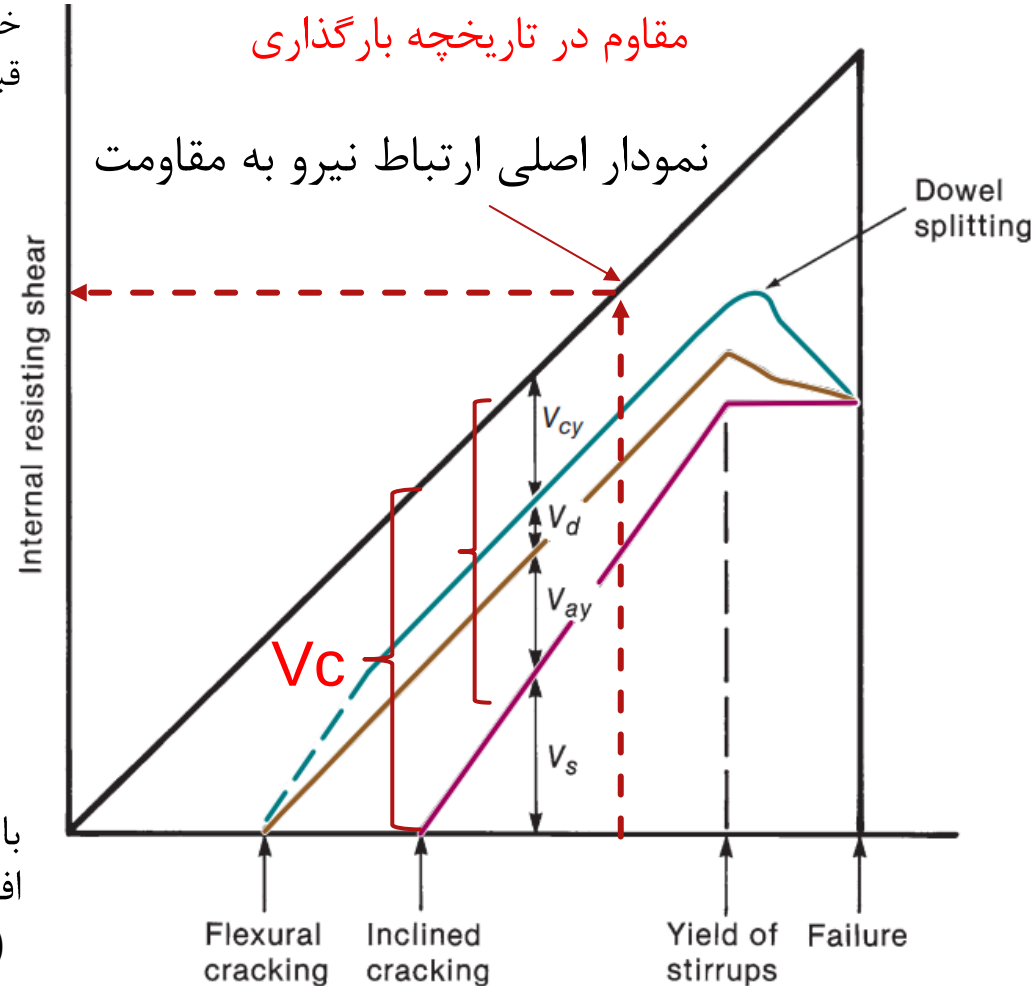
واحد تهران شرق

خاموتها تنها پس از تشکیل ترک های برشی فعال میشوند و قبل از تشکیل ترکها تنشهای ناچیزی در خاموت ایجاد میشود.



با افزایش نیروی برشی به تدریج سهم خاموت (V_s) افزایش میابد و از طرفی سهم درگیری سنگدانه ها (V_{ay}) کاهش میابد.

تاثیر هر کدام از نیروهای
مقاوم در تاریخچه بارگذاری



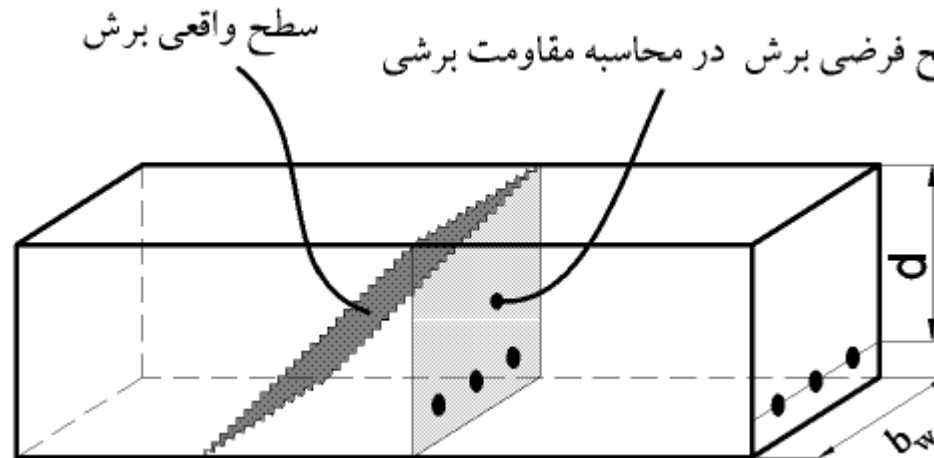
Applied shear (برش وارده)



واحد تهران شرق

قسمت اول: مقاومت برشی بتن V_c :

برای محاسبه مقاومت برشی مقطع دو روش داریم: ۱- روش تقریبی، ۲- روش دقیق. در هر دو روش مقاومت مقطع بر اساس سطح فرضی عمود بر صفحه محاسبه می شود:



۹-۸-۳ ابعاد مقطع باید طوری انتخاب شوند که رابطه‌ی زیر برآورده شود.

$$V_u \leq \phi \left(V_c + 0.66 \sqrt{f'_c} b_w d \right) \approx \phi (5 V_c) \quad (9-8-9)$$

که در آن b_w و d به ترتیب عرض جان و عمق موثر مقطع هستند.



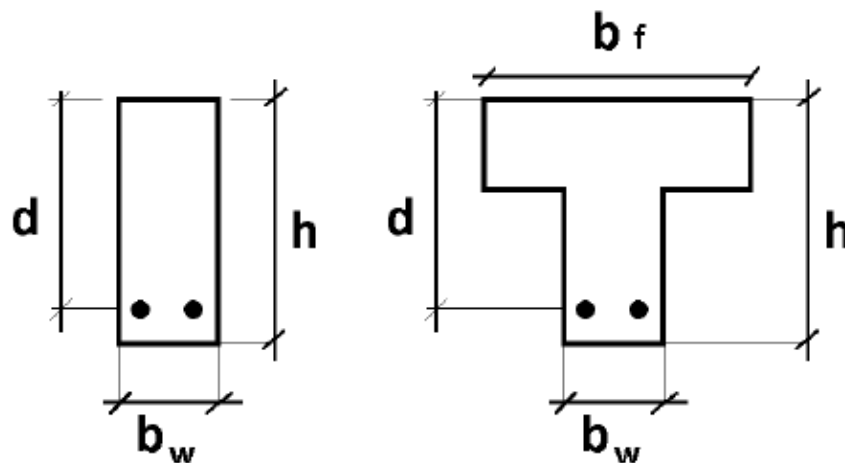
واحد تهران شرق

قسمت اول: مقاومت برشی بتن V_c :

۱-۴-۴-۸-۹ برای اعضای بتنی که در آن‌ها از حداقل فولاد عرضی استفاده شده باشد، $A_v \geq A_{v,min}$

$$V_c = \left(0.17 \lambda \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right) b_w d \quad (\text{N})$$

$$V_c = \left(0.66 \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right) b_w d$$



(استفاده از هر کدام از روابط بالامجاز است)

۲-۴-۴-۸-۹ برای اعضای بتنی که در آن‌ها از حداقل فولاد عرضی استفاده نشده باشد، $V_c, A_v < A_{v,min}$

از رابطه‌ی (۱۳-۸-۹) تعیین می‌شود. (مانند دال‌ها، دیوارهای حائل و پی‌ها)

$$V_c = \left(0.66 \lambda_s \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right) b_w d \quad (\text{N})$$

(۱۳-۸-۹)



واحد تهران شرق

قسمت اول: مقاومت برشی بتن V_c :

۳-۴-۴-۸-۹ در رابطه‌های (۱۲-۸-۹) و (۱۳-۸-۹)، بار محوری N_u در فشار مثبت، و در کشش منفی منظور می‌شود. هم چنین مقدار $\frac{N_u}{6A_g}$ نباید بیش از $0.05f'_c$ منظور شود.

۴-۴-۴-۸-۹ V_c نباید بزرگ‌تر از $0.42\lambda\sqrt{f'_c}b_wd$ ، و یا کوچک‌تر از صفر در نظر گرفته شود.

۵-۴-۴-۸-۹ ضریب اصلاح تاثیر اندازه، λ_s ، به صورت زیر تعیین می‌شود. (برای پی الزامی نیست)
(۲-۵-۲-۱۵-۹)

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1+d/250}} \leq 1.0 \quad (d \leq 250 \text{ mm} \rightarrow \lambda_s = 1) \quad (۱۴-۸-۹)$$

هم چنین ρ_w درصد فولاد کششی متناظر با جان بوده $(\rho_w = A_s / b_w d)$

و λ ضریب متناظر با نوع بتن است که در فصل ۳-۹ تعیین شده و برای بتن معمولی $\lambda = 1.0$ در نظر گرفته می‌شود. (جدول ۱-۳-۹)



واحد تهران شرق

قسمت اول: مقاومت برشی بتن V_c :

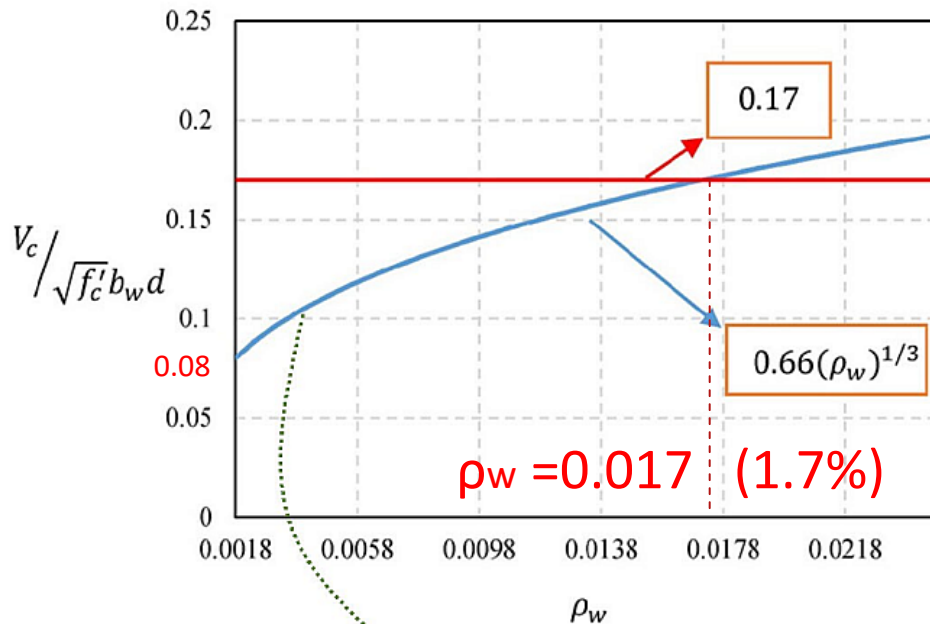


Table 22.5.5.1— V_c for nonprestressed members

Criteria	V_c	
$A_v \geq A_{v,min}$	Either of:	$\left[0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d$ (a)
		$\left[0.66\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d$ (b)
$A_v < A_{v,min}$		$\left[0.66\lambda_2\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right] b_w d$ (c)

با افزایش درصد آرماتور کششی، مقاومت برشی مقطع افزایش پیدا می‌کند اما در بسیاری از مواقع این مسئله منطقی و اجرایی نخواهد بود.



واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

133

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

قسمت اول: مقاومت برشی بتن V_c :

محاسبات ۹۳

۲۲- یک مقطع بتن مسلح تحت اثر برش و خمش قرار دارد. چنانچه نیروی محوری نهایی فشاری برابر $N_u = 6A_g$ نیز اضافه شود، بدون استفاده از جزئیات دقیق تر، نیروی برشی مقاوم تأمین شده توسط بتن مقطع چند برابر خواهد شد؟ (با فرض حداقل آرماتور برشی)

۱ (۴)	۱.۵ (۳)	۳ (۲)	۰.۵ (۱)
-------	---------	-------	---------

$$V_c = \left(0.17 \lambda \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right) b_w d$$

فرض می شود $f'_c = 25 \text{ mpa}$

$$\frac{V_{c2}}{V_{c1}} = \frac{0.17\sqrt{25} + \frac{6A_g}{6A_g}}{0.17\sqrt{25}} = \frac{0.85+1}{0.85} = 2.17$$

نکته:

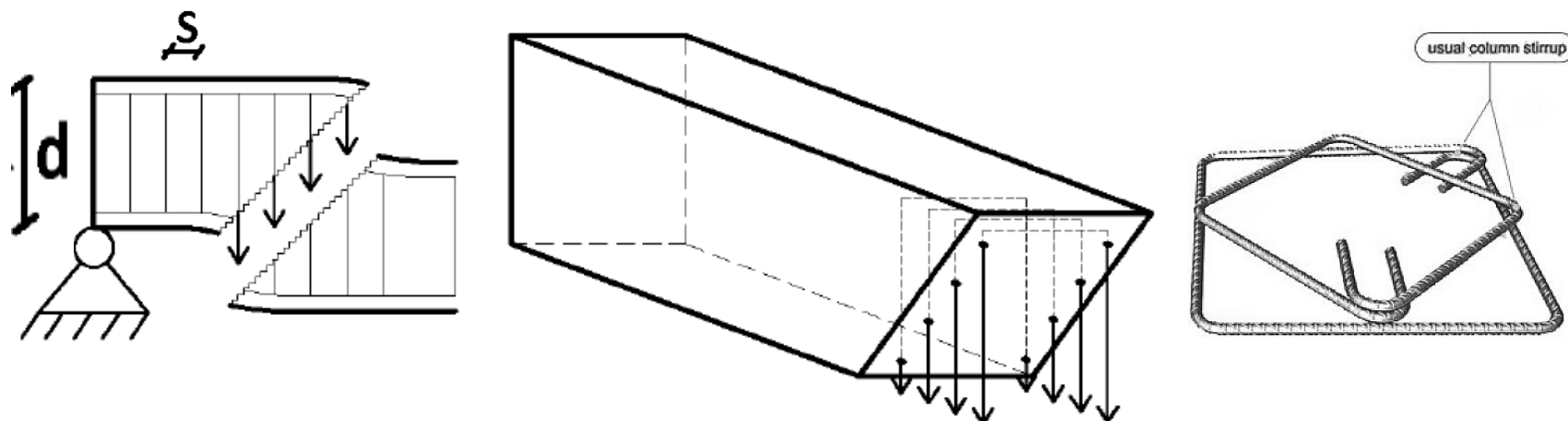
حداکثر مقاومت بتن بدلیل مشارکت نیروی محوری باید کنترل گردد:

$$1 < \min(0.25\sqrt{25}, 0.05 \times 25) = 1.25 \text{ ok}$$



واحد تهران شرق

قسمت دوم: مقاومت برشی خاموت V_s :



پس از ترک خوردن بتن، آرماتورهای عرضی (خاموت ها) تحت "کشش" قرار گرفته و در تحمل برش به تیر کمک می کنند.

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} \quad \text{واحد آزاد (نیروی، F)} \quad \text{تنش مقاوم فولاد} \quad \frac{A_v f_y}{b.s} \quad (9-8-16)$$

در این رابطه s گام دورپیچ یا فاصله ی طولی بین آرماتورهای برشی و A_v سطح مقطع شاخه های عمود بر محور طولی عضو است که مطابق بند ۹-۸-۴-۵ محاسبه می شود. همچنین f_{yt} مقاومت تسلیم فولادهای عرضی می باشد.

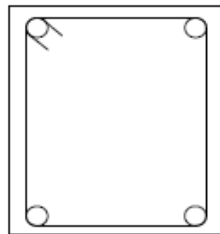


واحد تهران شرق

قسمت دوم: مقاومت برشی خاموت V_s :

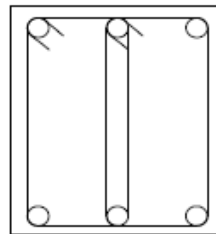
توجه:

A_v در رابطه تعیین V_s ، سطح مقطع یک شاخه خاموت نمی باشد. بلکه تعداد کل ساقهای خاموت است که اگر تیر را مقطع افقی بزنیم آن تعداد خاموت را قطع می کند.



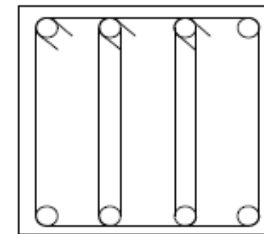
$$A_v = 2A_s$$

دو شاخه



$$A_v = 4A_s$$

چهار شاخه



$$A_v = 6A_s$$

شش شاخه

A_s : سطح
مقطع هر شاخه
یا ساق

۳-۲-۴-۸-۹ مقاومت تسلیم f_y و f_{yt} که در محاسبه V_s به کار گرفته میشوند، باید بر

اساس حدود تعیین شده در بند ۵-۸-۴-۹ باشند. در صورتی که از شبکه‌ی سیمی جوش شده

استفاده شده باشد، این مقاومت‌ها، نباید از ۵۵۰ مگاپاسکال بیشتر باشند.

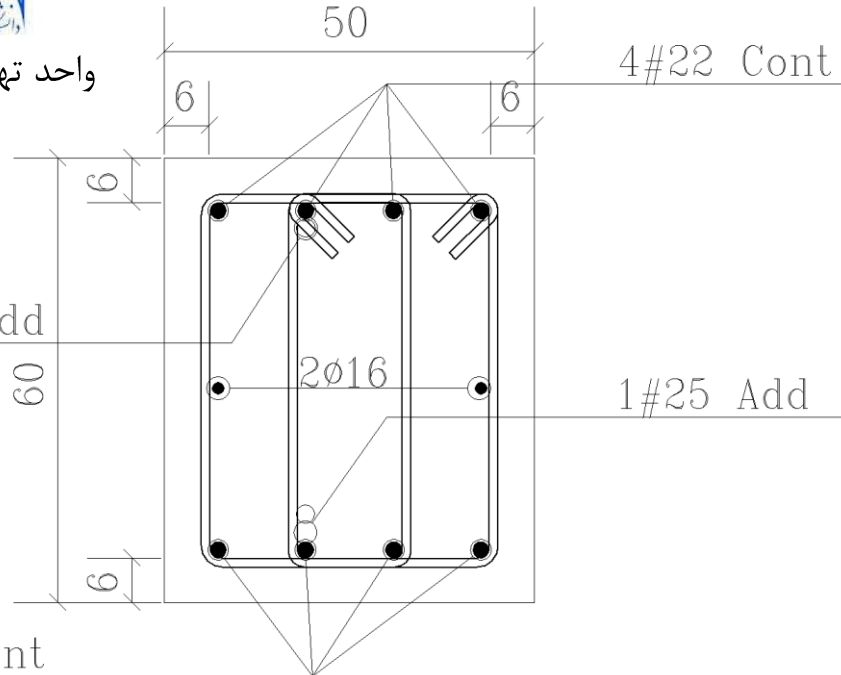


Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

136

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق



قسمت دوم: مقاومت برشی مقطع: 4#22 Cont

$$f_c = 35 \text{ mpa}$$

$$F_{yt} = 420 \text{ mpa}$$

خاموتها $\phi 12 @ 100$
ابعاد مقطع به سانتیمتر است

$$V_c = \left(0.17 \lambda \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g} \right) b_w d = 0.17 \times \sqrt{35} \times 540 \times 500 = 27.2 \text{ ton}$$

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} = \frac{4 \times 113}{100} \times 420 \times 540 = 102.5 \text{ ton}$$

$$V_n = V_c + V_s = 27.2 + 102.5 = 129.7 \text{ ton}$$

$$0.75 \times 129.7 = 903 \text{ ton}$$

مقاومت طراحی برابر ۰٫۷۵ این مقدار است:



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

137

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

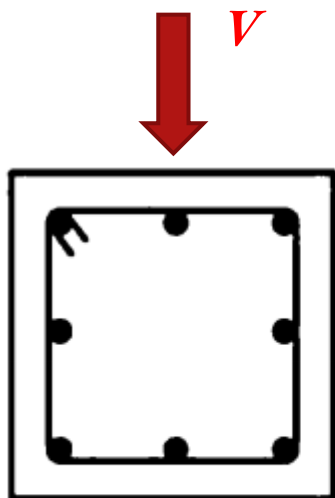
واحد تهران شرق

قسمت دوم: مقاومت برشی خاموت V_s :

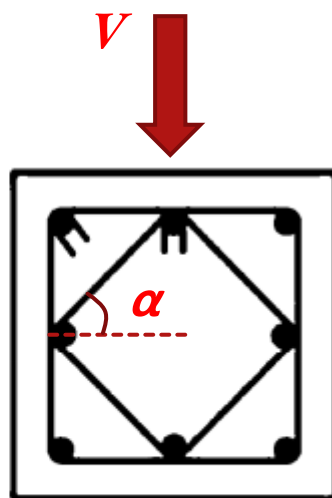
نکته:

اثر زاویه دار بودن ساقها

(صرفاً تصویر ساق در راستای
بار لحاظ می گردد)



(۱)



(۲)

در مورد ساقهای مورب باید مولفه قائم آنها در نظر گرفته شود:

$$(A_v)_2 = 2\pi r^2 + 2\pi r^2 \sin 45^\circ \quad (\text{با فرض زاویه } \alpha \text{ } 45^\circ \text{ درجه})$$

$$(A_v)_1 = 2\pi r^2$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

138

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

قسمت دوم: مقاومت برشی خاموت V_s :

جدول ۹-۴-۴ کاربرد آرماتورهای آجدار طولی و عرضی

نوع آرماتور			حداکثر مقدار f_y یا f_{yk} مجاز برای کاربرد در محاسبات (مگاپاسکال) [۱]	محل مورد استفاده	کاربرد
ملاحظات	سیم‌های آجدار	میلگردهای آجدار			
-	همه رده‌های آجدار	همه رده‌های آجدار	۵۵۰	قاب‌های لرزه‌ای ویژه	برش
			۵۵۰	کلیه‌ی اجزای دیوارهای لرزه‌ای ویژه	
-	همه رده‌های آجدار	همه رده‌های آجدار	۴۲۰	دورپیچ‌ها	
-			۴۲۰	برش اصطکاک	
-			۴۲۰	خاموت‌ها، بست‌ها، تنگ‌ها	



واحد تهران شرق

مقاومت برشی - ضوابط حداکثر و حداقل تیرها:

۹-۱۱-۵-۲ حداقل آرماتور برشی

۹-۱۱-۵-۲-۱ حداقل آرماتورهای برشی، $A_{v,min}$ ، باید در تمامی مناطقی که نیروی برشی نهایی مقطع از نصف مقاومت

برشی تأمین شده توسط بتن با احتساب ضریب کاهش مقاومت بیش تر است $V_u > 0.083\phi\lambda\sqrt{f'_c}b_wd$ ، تأمین شود؛ به جز مواردی که در جدول ۹-۱۱-۲ آمده است؛ که در این موارد اگر $V_u > \phi V_c$ باشد، حداقل باید $A_{v,min}$ تأمین گردد.

(شرایط برای حذف آرماتور برشی حداقل) ↓

جدول ۹-۱۱-۲ مواردی که اگر $V_u \leq \phi V_c$ باشد، حداقل آرماتور برشی لازم نیست

شرایط	نوع تیر
$h \leq 250 \text{ mm}$	کم عمق
$h \leq \max \{2.5t_f, 0.5b_w\}$ و $h \leq 600 \text{ mm}$	یک پارچه با دال
$h \leq 600 \text{ mm}$ و $V_u \leq \phi 0.17\sqrt{f'_c}b_wd$	ساخته شده با بتن معمولی مسلح به الیاف فولادی و $f'_c \leq 40 \text{ MPa}$
مطابق ضوابط بند ۹-۱۱-۷	سیستم تیرچه‌ی یک طرفه



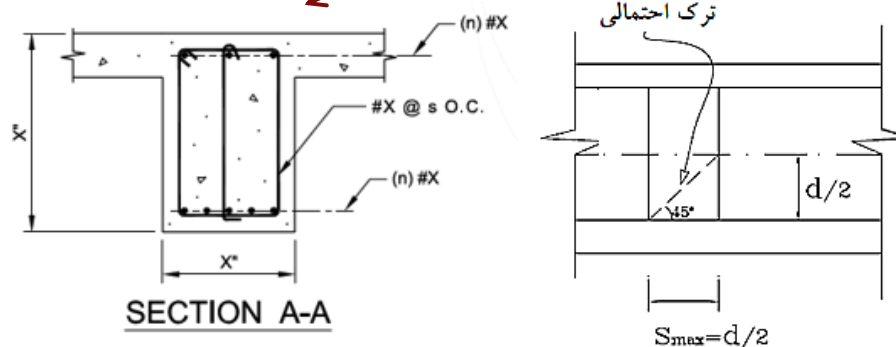
واحد تهران شرق

مقاومت برشی - ضوابط حداکثر و حداقل تیرها:

۳-۲-۵-۱۱-۹ اگر آرماتورهای برشی مورد نیاز باشد و بتوان از اثرات پیچشی صرف نظر نمود، حداقل آرماتور برشی در فاصله s ، یعنی $A_{v,min}/s$ ، نباید از بزرگترین مقادیر زیر کمتر باشد:

$$0.35 \frac{b_w}{f_{yt}} \quad 0.062 \sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_{yt}}$$

۳-۵-۶-۱۱-۹ در صورتی که مقاومت برشی مورد نیاز فولادهای برشی $V_s \leq 0.33 \sqrt{f'_c} b_w d$ باشد، حداکثر فاصله افقی بین آرماتورهای برشی عمود بر محور عضو نباید از کمترین مقدار $d/2$ و ۶۰۰ میلی متر بیشتر بوده، و حداکثر فاصله ساقها در عرض مقطع نباید از کمترین مقدار d و ۶۰۰ میلی متر بیشتر باشد. اگر $V_s > 0.33 \sqrt{f'_c} b_w d$ باشد، حداکثر فاصله بین آرماتورهای برشی در طول عضو نباید از کمترین مقدار $d/4$ و ۳۰۰ میلی متر بیشتر بوده، و حداکثر فاصله ساقها در عرض مقطع نباید از کمترین مقدار $d/2$ و ۳۰۰ میلی متر بیشتر باشد.



به جهت آنکه در هنگام ایجاد ترک قطری،
هر ترک حداقل از یک خاموت عبور کند



واحد تهران شرق

مقاومت برشی - ضوابط حداکثر و حداقل فاصله طولی در تیرها:

Condition	Spacing (در طول تیر)	
$V_u \leq \phi V_c/2$	No shear reinforcement required	
$\phi V_c/2 < V_u \leq \phi V_c$	Minimum shear reinforcement $s \leq \frac{d}{2} \leq 600 \text{ mm}$	
$\phi V_c < V_u \leq \phi V_c + \phi 0.33\sqrt{f'_c}b_w d$	Nonprestressed	$s \leq \frac{d}{2} \leq 600 \text{ mm}$
	--- Prestressed ---	--- $s \leq \frac{3h}{4} \leq 600 \text{ mm}$ ---
$\phi V_c + \phi 0.33\sqrt{f'_c}b_w d < V_u \leq \phi V_c + \phi 0.66\sqrt{f'_c}b_w d$	Nonprestressed	$s \leq \frac{d}{4} \leq 300 \text{ mm}$
	--- Prestressed ---	--- $s \leq \frac{3h}{8} \leq 300 \text{ mm}$ ---
$V_u > \phi V_c + \phi 0.66\sqrt{f'_c}b_w d$	Increase cross section	



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

142

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

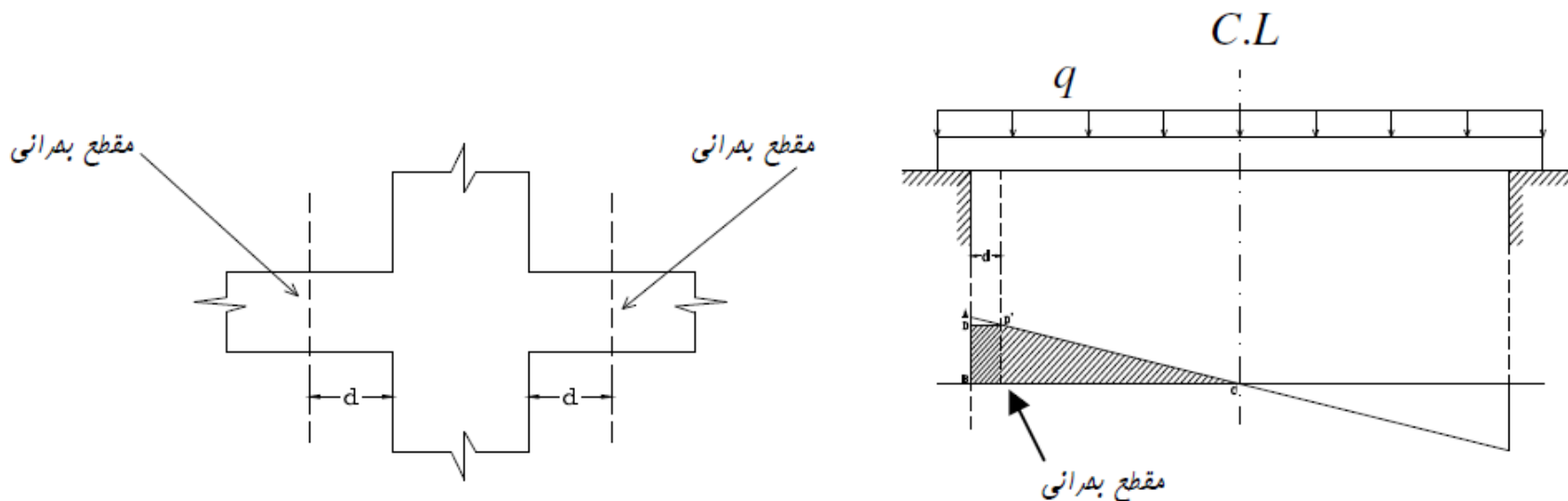
واحد تهران شرق

مقاومت برشی (نواحی بحرانی برای کنترل):

۳-۳-۱۱-۹

مقطع بحرانی برای کنترل برش و تعیین V_u

مقطع بحرانی برای تیرها در محل بیشترین برش می باشد که در مورد تیرهای ساده با بار گسترده در محل تکیه گاه است اما در حالتی که عکس العمل تکیه گاهی به صورت فشاری باشد چون عکس العمل فوق باعث فشرده شدن مقطع ترک خورده در هم و افزایش ظرفیت برشی آن می شود آیین نامه مقطع بحرانی را به فاصله d از بر تکیه گاه در نظر می گیرد.





واحد تهران شرق

143

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

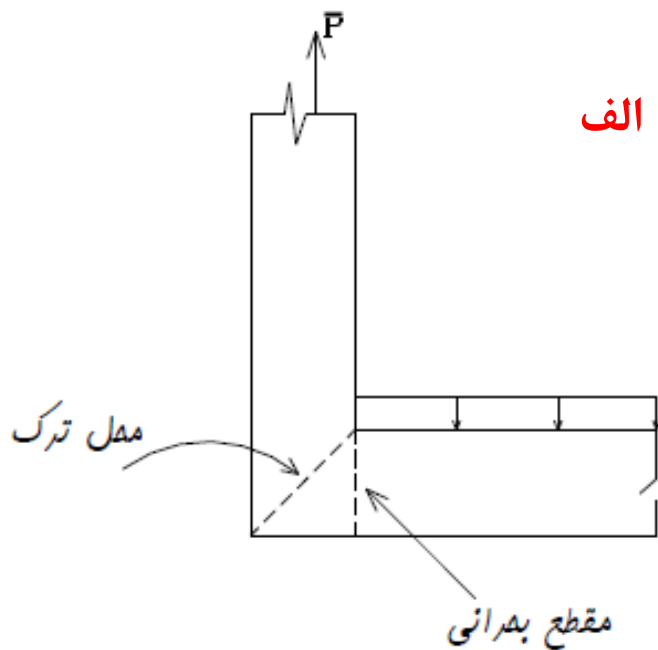
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

مقاومت برشی (نواحی بحرانی برای کنترل):

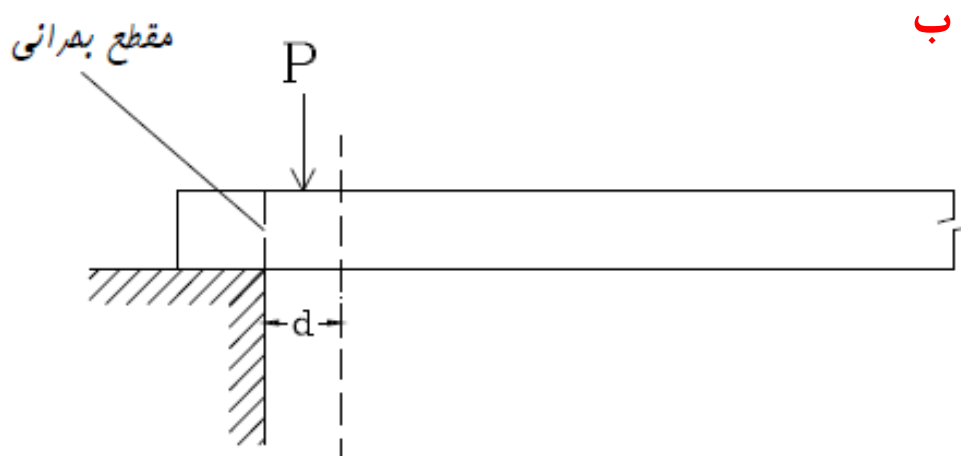
نکته:

اما در دو حالت زیر برای تکیه گاه ها مقطع بحرانی درست در لبه تکه گاه در نظر گرفته می شود.
(الف) عکس العمل تکیه گاهی به صورت کشی باشد.
(ب) زمانی که در فاصله d از بر تکیه گاه نیروی متمرکز داشته باشیم.

الف



ب



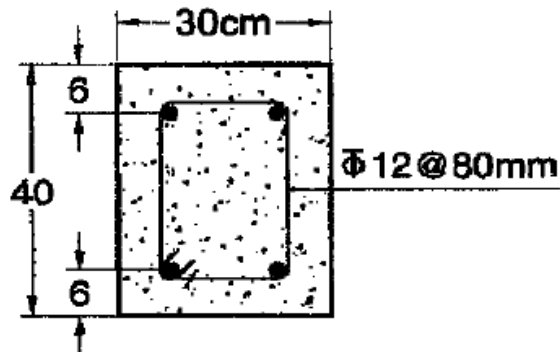


واحد تهران شرق

مثال ۲

محاسبات ۸۹

۳۶- نیروی برشی مقاوم مقطع تیر زیر که به صورت در جا بتن ریزی می‌شود، به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر می‌باشد؟ ($f_{yv} = 400 \text{ MPa}$, $f_c = 22.5 \text{ MPa}$)



$$V_r = 390 \text{ kN} \quad (۱)$$

$$V_r = 373 \text{ kN} \quad (۲)$$

$$V_r = 350 \text{ kN} \quad (۳)$$

$$V_r = 327 \text{ kN} \quad (۴)$$

$$\phi V_n = \phi V_c + \phi V_s$$

$$= 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{f'_c} b d) + 0.75 \left(\frac{d}{s} A_v F_{yt} \right)$$

$$= 0.75 \times (0.17 \times \sqrt{22.5} \times 300 \times 340) + 0.75 \left(\frac{340}{80} (2\pi \times 6^2) \times 400 \right)$$

$$= 61.688 \text{ kN} + 288.25 \text{ kN} = 350 \text{ kN}$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

145

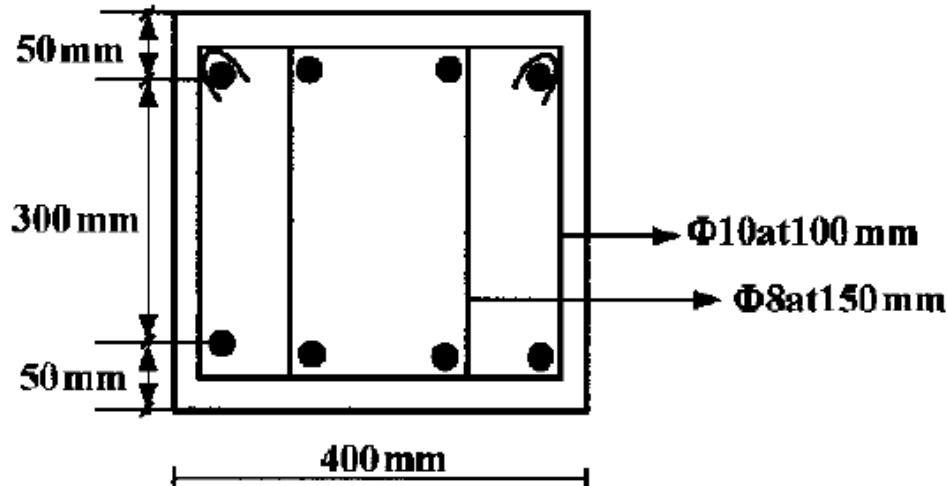
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

مثال ۳

محاسبات - ۹۱

۳۱- نیروی برشی مقاوم مقطع تیر روبه‌رو، چند kN است؟ ($f_c = 25 \text{ MPa}$ $f_y = 300 \text{ MPa}$)



۱۹۲ (۱)

۲۱۱ (۲)

۲۱۹ (۳)

۲۹۱ (۴)

$$A_{\phi 10} = 78.5 \text{ mm}^2$$

$$A_{\phi 8} = 50.24 \text{ mm}^2$$

$$\left. \begin{aligned} V_c &= 0.17 \times \sqrt{25} (400 \times 350) = 119 \text{ kN} \\ V_s &= \left(\frac{78.5 \times 2}{100} + \frac{50.24 \times 2}{150} \right) \times 350 \times 300 = 235 \text{ kN} \end{aligned} \right\} V_n = 354 \text{ kN} \rightarrow \phi V_n = 265 \text{ kN}$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

146

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

مثال ۲

کنترل خاموت حداقل:

$$\left(\frac{A_v}{s} = \frac{2 \times 3.14 \times 5^2}{100} + \frac{2 \times 3.14 \times 4^2}{150} = 2.24 \right) > \text{Max} \left(0.062 \sqrt{f'_c} \frac{b_w}{F_y} = 0.4, 0.35 \frac{b_w}{F_y} = 0.46 \right) \quad OK$$

کنترل مقاومت برشی حداکثر:

$$V_u < \phi(V_c + 0.66 \sqrt{f'_c} b_w d) = 0.75(119000 + 0.66 \sqrt{25} \times 400 \times 350) = 436 \text{ kN} \quad OK$$

کنترل فاصله خاموت ها:

$$V_s = 235 \text{ kN} \leq 0.33 \sqrt{f'_c} b_w d = 231 \quad s < \frac{d}{4} = \frac{350}{4} = 87.5 \text{ mm}$$

فواصل خاموت ها بیش از مقدار مجاز است. بنابراین حداکثر مقاومت مجاز مقطع برابر است با:

$$\phi V_n = \phi(V_c + V_s) = \phi(119 + 231) = 262.5 \text{ kN}$$



واحد تهران شرق

147

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

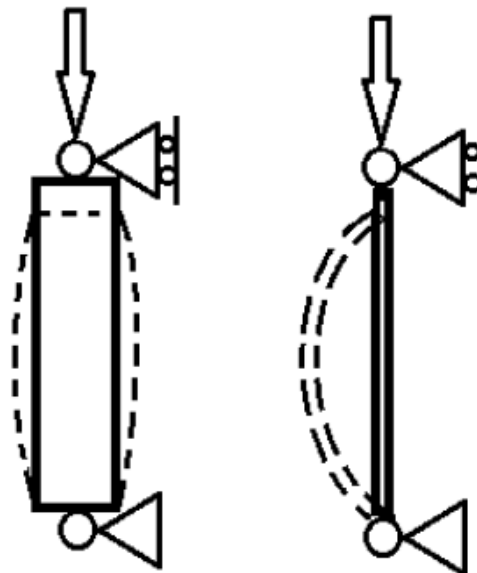
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۶- رفتار ستونهای بتن آرمه تحت فشار محوری و لنگر

خمشی - الف : تعریف

ستونهای کوتاه (چاق)

در این فصل به بررسی ستونهای کوتاه پرداخته می شود. منظور از کلمه "کوتاه" یعنی ستونهایی که لاغری آنها به به حدی کم است که کمانش تاثیری بر رفتار آنها نداشته و خرابی آنها وابسته به کمانش نیست.



ستون چاق

ستون لاغر



واحد تهران شرق

۶- رفتار ستونهای بتن آرمه تحت فشار محوری و لنگر

خمشی - الف : تعریف

ستونهای کوتاه (تعریف ستون چاق یا کوتاه)

۹-۶-۲ اثرات لاغری

اثرات لاغری مطابق ضوابط این فصل در نظر گرفته می شود. در موارد زیر می توان از این اثرات صرف نظر نمود.

الف - در ستونهای مهار نشده: (Sway)

$$\frac{M_1}{M_r} < 0 \quad \frac{M_1}{M_r} > 0$$

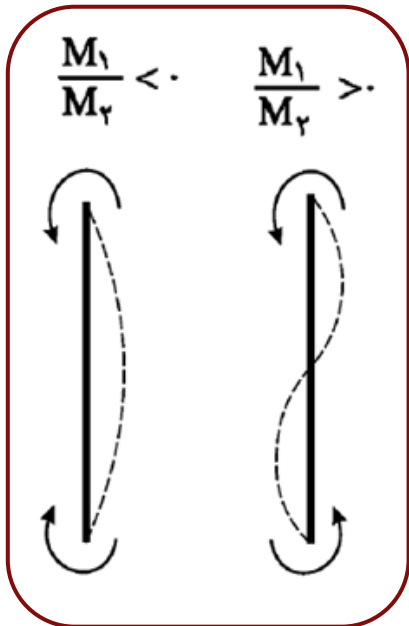
$$\frac{kl_u}{r} \leq 22$$

ب - در ستونهای مهار شده: (Non Sway)

$$\frac{kl_u}{r} \leq \min \left\{ 34 + 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right), 40 \right\}$$

در رابطه فوق (۹-۶-۲) نسبت $\frac{M_1}{M_2}$ برای ستون هایی که دارای یک انحنا در یک

جهت اند، منفی و برای ستونهایی که دارای انحنا در دو جهت اند، مثبت می باشد.





واحد تهران شرق

۶- رفتار ستونهای بتن آرمه تحت فشار محوری و لنگر خمشی - الف : تعریف مهار شدگی (بدون حرکت جانبی)

(بدون حرکت جانبی Non sway)

۹-۶-۵-۴ اثرات لاغری-روش تشدید لنگرها

در مواردی که یکی از دو شرط زیر برقرار باشد، ستون‌ها و طبقات سازه را می‌توان مهارشده در نظر گرفت،

در غیر اینصورت این ستونها و یا طبقات مهار نشده تلقی می‌شوند. (Sway)

الف - افزایش لنگرهای انتهایی ستون‌ها در اثر تحلیل مرتبه دوم از ۵ درصد لنگرهای انتهایی ستون‌ها در تحلیل مرتبه اول بیشتر نباشد.

ب - شاخص پایداری Q ، مطابق با تعریف بند ۹-۶-۵-۴-۲-۱، از ۰/۰۵ بیشتر نباشد.

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_0}{V_{us} l_c}$$

در رابطه فوق $\sum P_u$ مجموع بارهای قائم در کل طبقه، V_{us} مجموع برش‌ها در کل طبقه، و

Δ_0 تغییر مکان جانبی نسبی دو انتهای ستون‌ها در طبقه در اثر V_{us} می‌باشد. l_c طول ستون

است که برابر با فاصله مرکز تا مرکز ناحیه اتصال تیر به ستون در دو انتها منظور می‌شود.



واحد تهران شرق

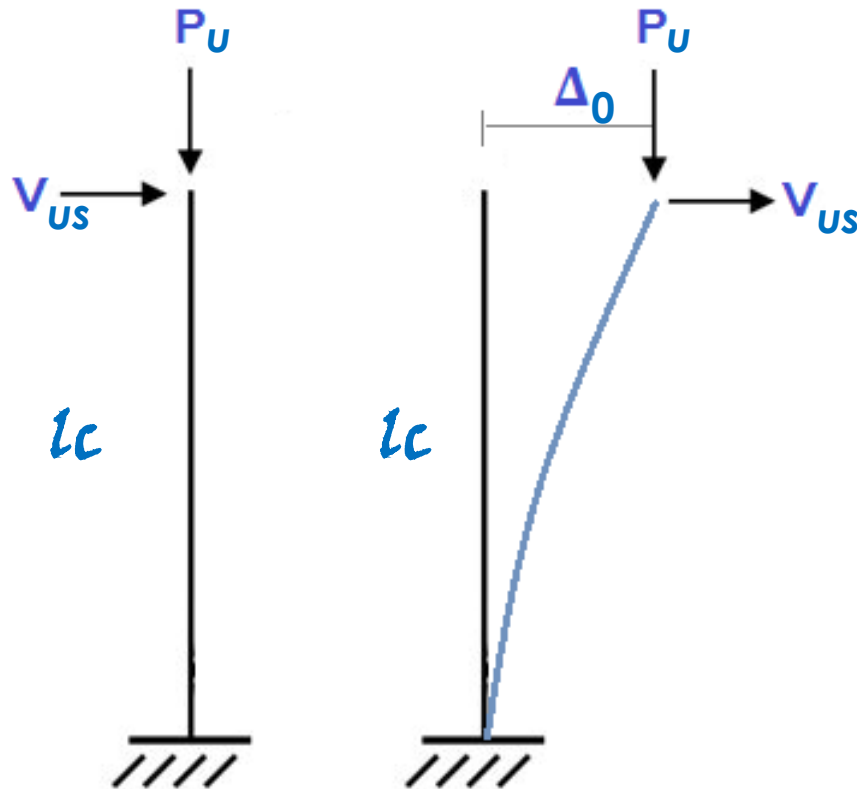
150

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۶- رفتار ستونهای بتن آرمه تحت فشار محوری و لنگر خمشی - الف : تعریف

شاخص پایداری:



$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_0}{V_{us} l_c}$$



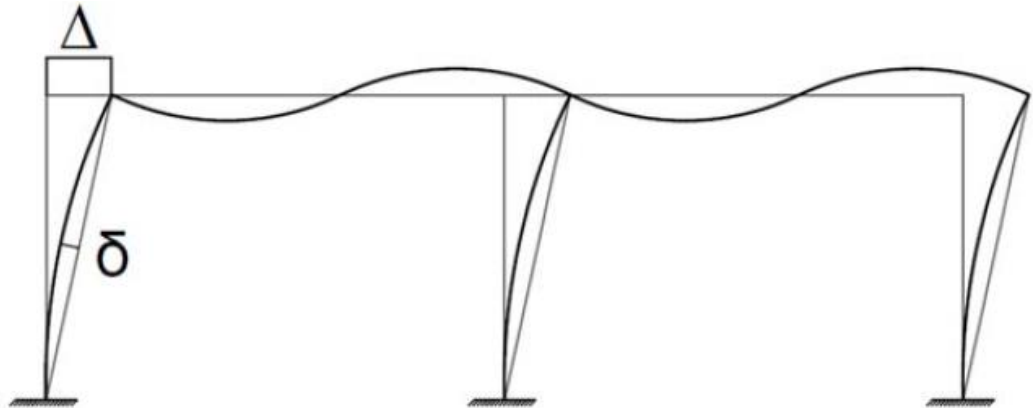
واحد تهران شرق

۶- رفتار ستونهای بتن آرمه تحت فشار محوری و لنگر خمشی - الف : تعریف

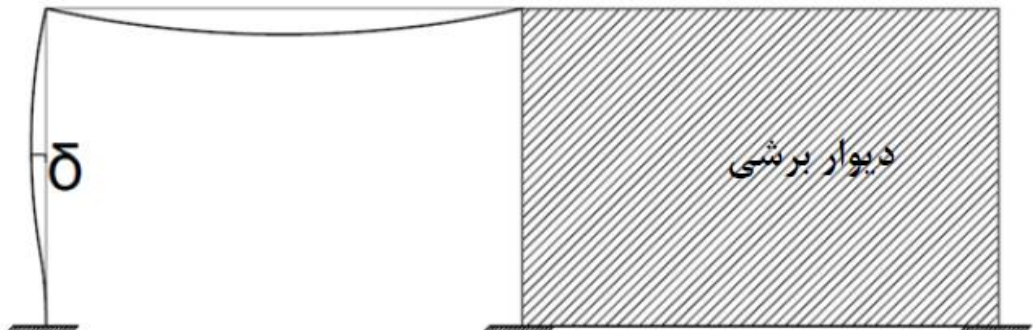
طبقه مهار شده (با مهار جانبی) و مهار نشده جانبی: (که با سازه بدون حرکت جانبی متفاوت است)

«سازه بدون مهار جانبی (مهار نشده)»

Un Braced Frame



«سازه با مهار جانبی»
Braced Frame





واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

تعیین ضریب طول موثر برای قابهای صلب

ضریب طول موثر K تابعی از ضرایب گیرداری ψ_A و ψ_B در دو گره انتهایی است.

$$\psi = \frac{\sum EI / L \text{ (برای ستونها)}}{\sum EI / L \text{ (برای تیرها)}}$$

ضریب طول موثر بر اساس منحنیهای صفحه بعد و یا روش تقریبی زیر قابل محاسبه می باشد (این مقادیر حد بالایی می باشند).

قاب مهار نشده:

$$\text{For } \psi_m < 2, k = \frac{20 - \psi_m}{20} \sqrt{1 + \psi_m} \quad \text{For } \psi_m \geq 2, k = 0.9 \sqrt{1 + \psi_m}$$

$\psi_m = \psi$ متوسط ψ دو انتهای عضو فشاری

قاب مهار شده :

$$k = \min [0.7 + 0.1 \psi_m, 0.85 + 0.05 \psi_{\min}] \leq 1.0 \quad (K=1)$$



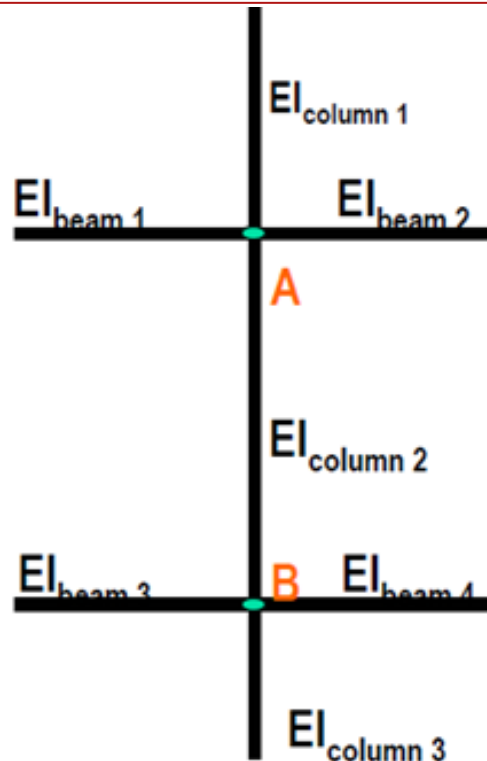
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

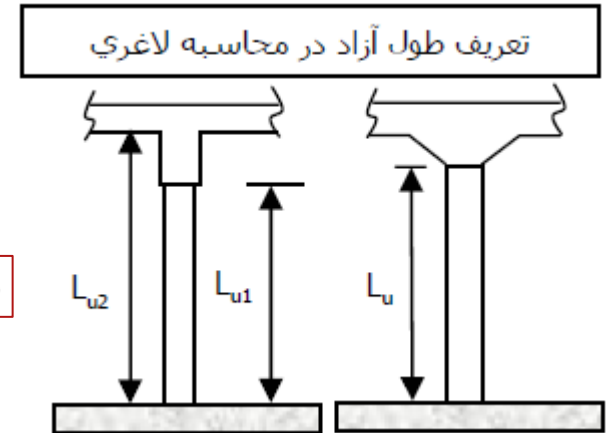
$\psi = 0$ (انتهای گیردار) $\rightarrow = 1.0$
 $\psi = 10$ (انتهای مفصلی)
 $\psi = \infty$ (انتهای مفصلی-تئوری)

۴-۲-۴-۵-۶-۹ ضریب طول موثر، k ، را میتوان از نمودار شکل ۱-۶-۹ به دست آورد



$$I_{\text{beam}} = 0.35 I_{\text{gb}}$$

$$I_{\text{column}} = 0.7 I_{\text{gc}}$$



$$L_u = \frac{L_{u1} + L_{u2}}{2}$$

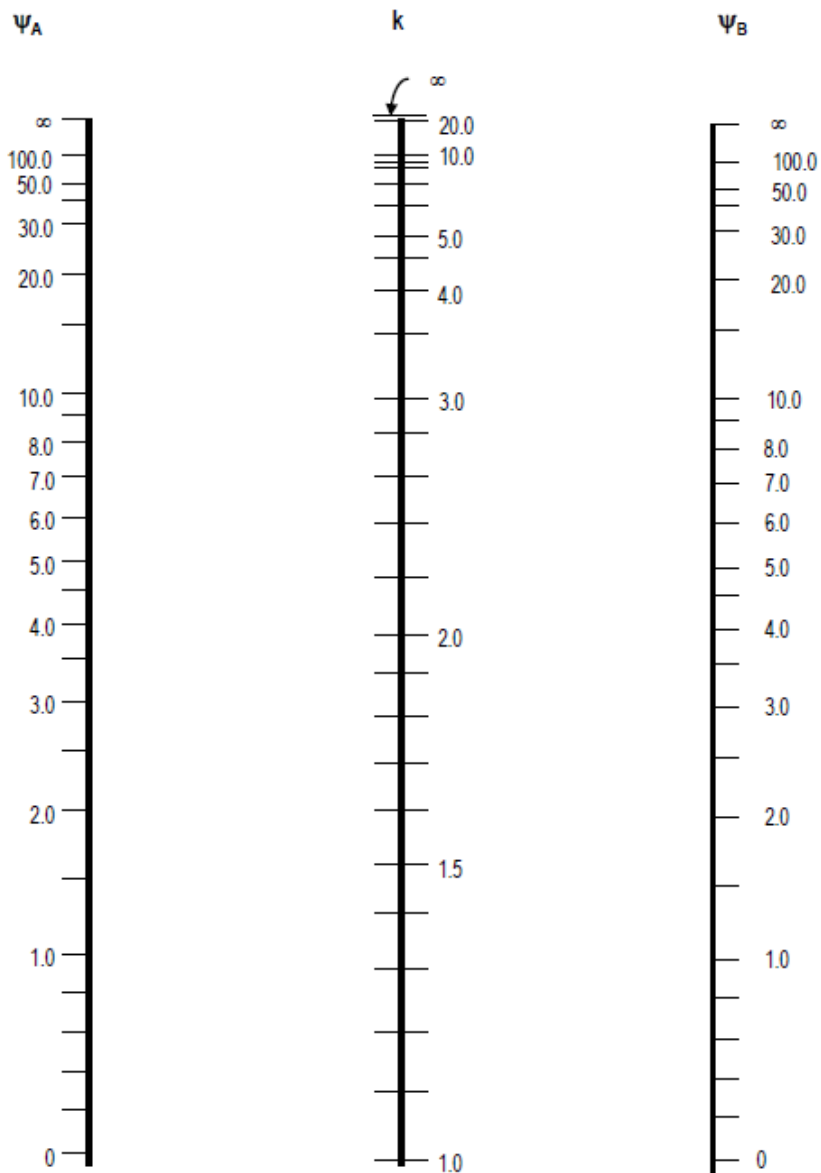


واحد تهران شرق

154

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق



قاب مهارنشده :



واحد تهران شرق

۶- رفتار ستونهای بتن آرمه تحت فشار محوری و لنگر

خمشی - ب : مقاومت فشاری خالص

۹-۳-۳-۳ حداکثر مقاومت فشاری محوری

۹-۳-۳-۱ به منظور در نظر گرفتن خروج از محوری اتفاقی، مقاومت فشاری اسمی، P_n ، نباید از $P_{n,max}$ ، مطابق رابطه‌های زیر تجاوز کند.

- برای ستون با تنگ بسته:

$$P_{n,max} = 0.8P_0$$

(۹-۳-۵-الف)

- برای ستون با دورپیچ:

$$P_{n,max} = 0.85P_0$$

(۹-۳-۵-ب)

در این رابطه‌ها، P_0 مقاومت فشاری اسمی تحت اثر بار محوری بدون خروج از مرکزیت بوده و به صورت زیر تعیین می‌شود.

$$P_0 = 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \quad (۹-۳-۶)$$

۹-۳-۴-۱ مقاومت کششی محوری اسمی، P_{nt} ، نباید از حداکثر مقاومت کششی محوری $P_{nt,max}$ که بر اساس رابطه‌ی زیر

محاسبه می‌شود، بیش‌تر شود.

$$P_{nt,max} = A_{st} f_y \quad \Rightarrow \quad \phi P_{nt} = \phi F_y A_{st} = 0.9 F_y A_{st} \quad (۹-۳-۷)$$



واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

156

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۶- رفتار ستونهای بتن آرمه تحت فشار محوری و لنگر خمشی - ب : مقاومت فشاری خالص مقاومت فشاری ستونهای کوتاه (مقاومت طراحی)

با توجه به روابط زیر، مقاومت فشاری (فشار خالص) ستونهای بتنی برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{ستون تنگ دار} \rightarrow \phi P_n &= \phi 0.8 [0.85 f'_c (A_g - A_s) + F_y A_s] = 0.65 \times 0.8 [0.85 f'_c A_g + (F_y - 0.85 f'_c) A_s] \\ \text{ستون با دورپیچ} \rightarrow \phi P_n &= \phi 0.85 [0.85 f'_c (A_g - A_s) + F_y A_s] = 0.75 \times 0.85 [0.85 f'_c A_g + (F_y - 0.85 f'_c) A_s] \end{aligned}$$

جدول ۹-۷-۲ ضریبهای کاهش مقاومت ϕ بر اساس وضعیت مورد نظر در طراحی مقطع

وضعیت مورد نظر در طراحی مقطع	ϕ
(۱) لنگر، نیروی محوری، و یا ترکیب لنگر و نیروی محوری	
الف) مقاطع کشش - کنترل (بند ۹-۷-۴-۲)	۰/۹۰
ب) مقاطع فشار - کنترل (بند ۹-۷-۴-۳)	
- اعضای با دورپیچ	۰/۷۵
- سایر اعضا	۰/۶۵



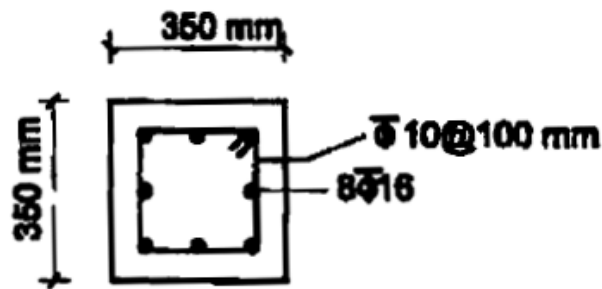
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

واحد تهران شرق

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

تمرین: محاسبات ۹۲

۳۵- نسبت مقاومت فشاری به مقاومت کششی ستونی با مقطع شکل زیر به کدامیک از مقادیر زیر نزدیکتر می باشد؟ $f_c = 25 \text{ MPa}$ و $f_y = 400 \text{ MPa}$



2.88 (۱)

2.38 (۲)

۱ (۳)

3.6 (۴)

$$A_s = 8 \times 3.14 \times 8^2 = 1607.68 \text{ mm}^2$$

مقاومت فشاری:

$$\begin{aligned} \phi P_{nc} &= \phi(0.8P_0) = \phi \times 0.8 \left(0.85f'_c(A_g - A_s) + f_y A_s \right) \\ &= 0.65 \times 0.8(0.85 \times 25(350^2 - 1608) + 400 \times 1607.68) = 1670 \text{ kN} \end{aligned}$$

مقاومت کششی:

$$\phi P_{nt} = 0.9P_{n,t} = 0.9(f_y A_s) = 0.9(400 \times 1607.68) = 578.8 \text{ kN}$$

$$\frac{\phi P_{nc}}{\phi P_{nt}} = 2.88$$

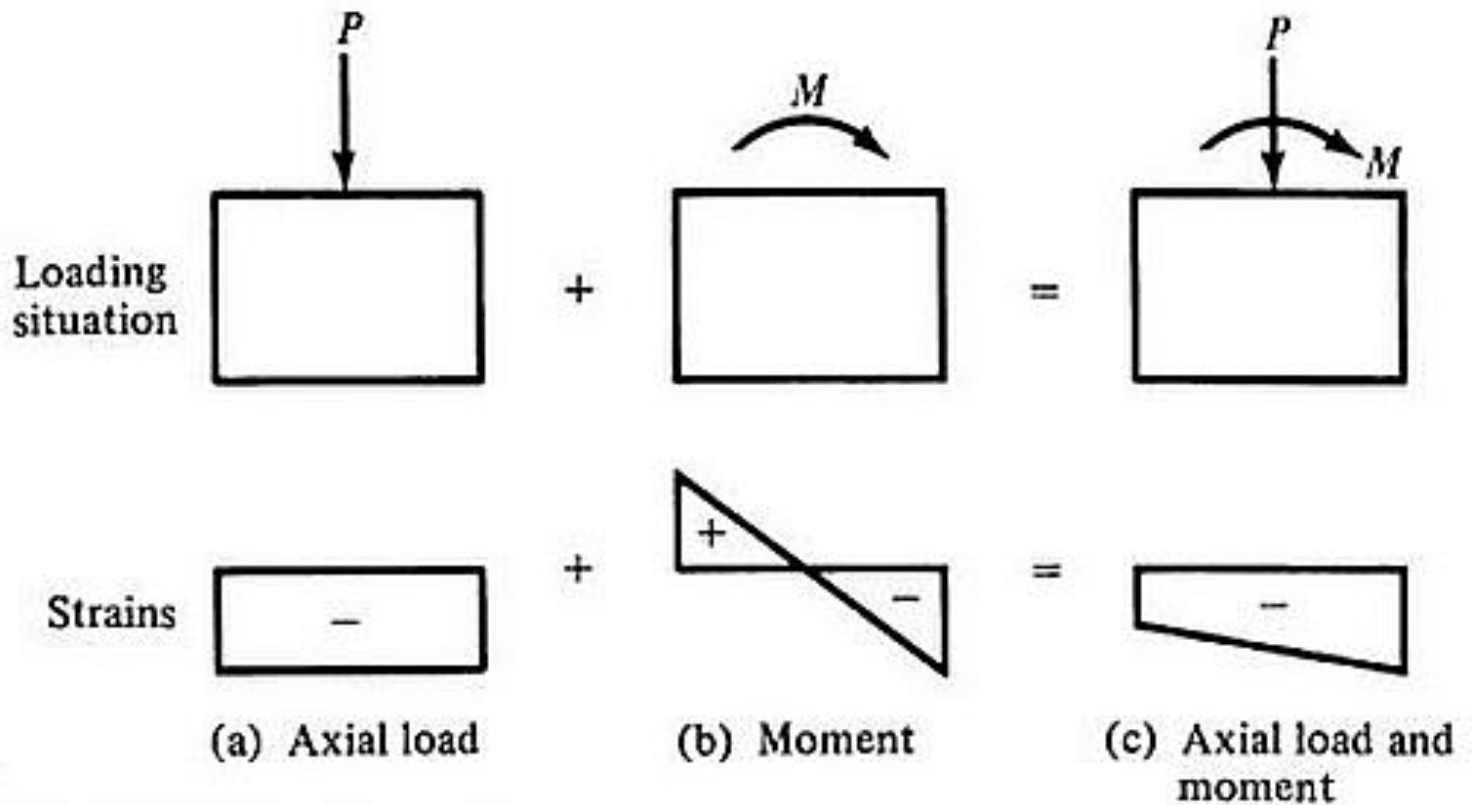


واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۶- مقاومت فشاری و خمشی ستون کوتاه ج : اندرکنش فشار و خمش





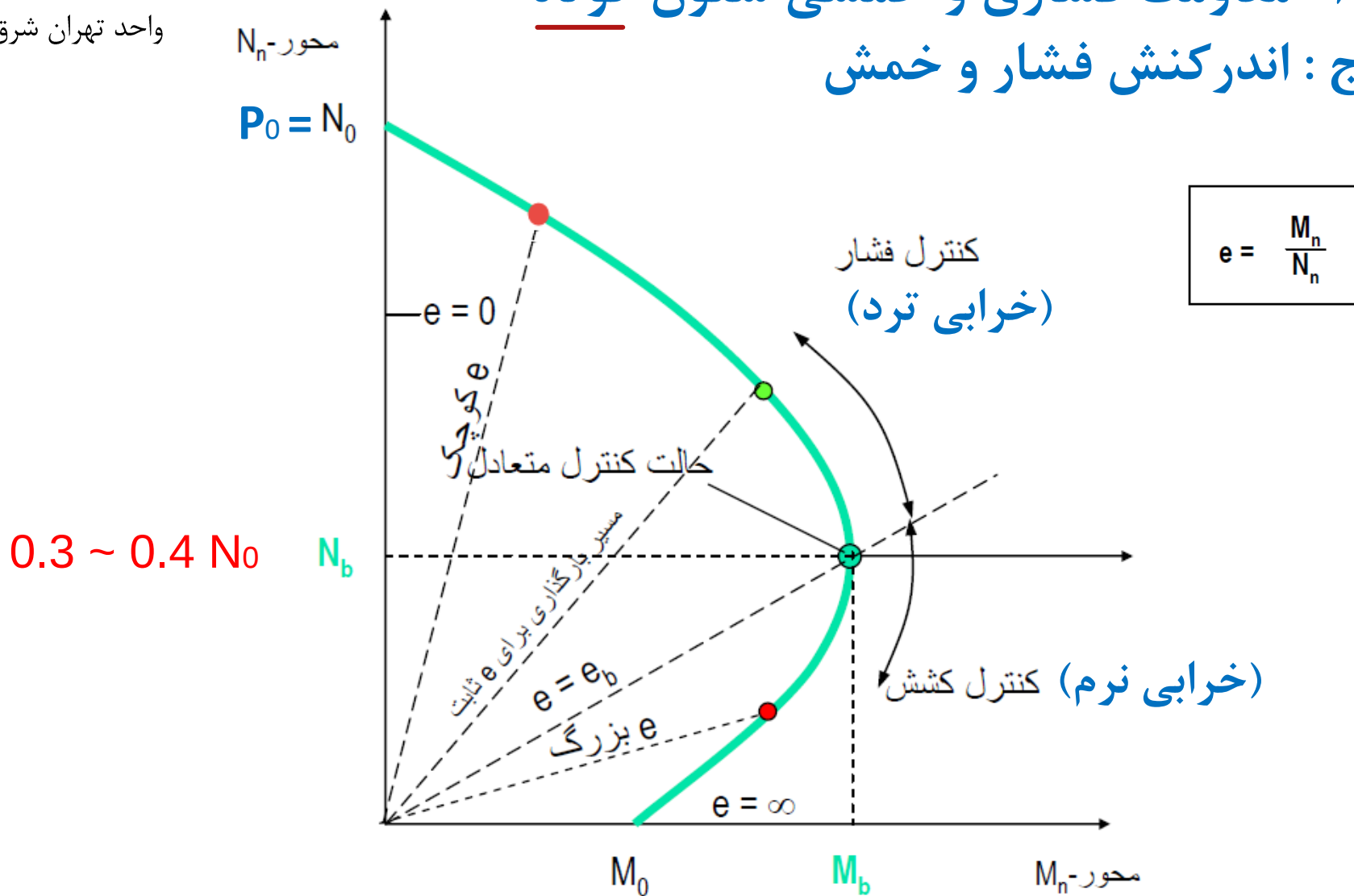
واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

159

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۶- مقاومت فشاری و خمشی ستون کوتاه ج : اندرکنش فشار و خمش





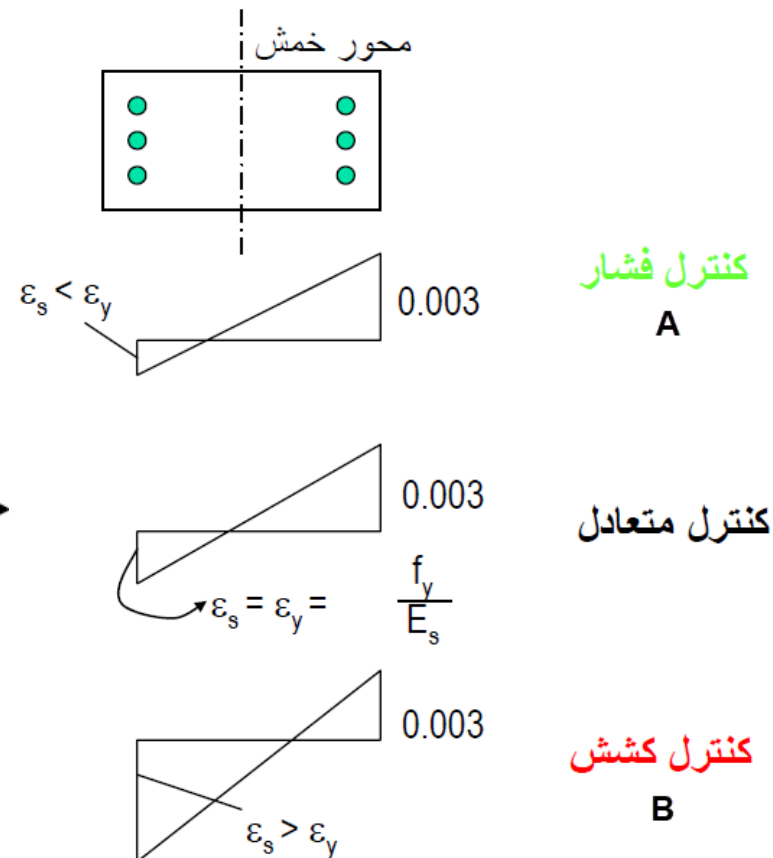
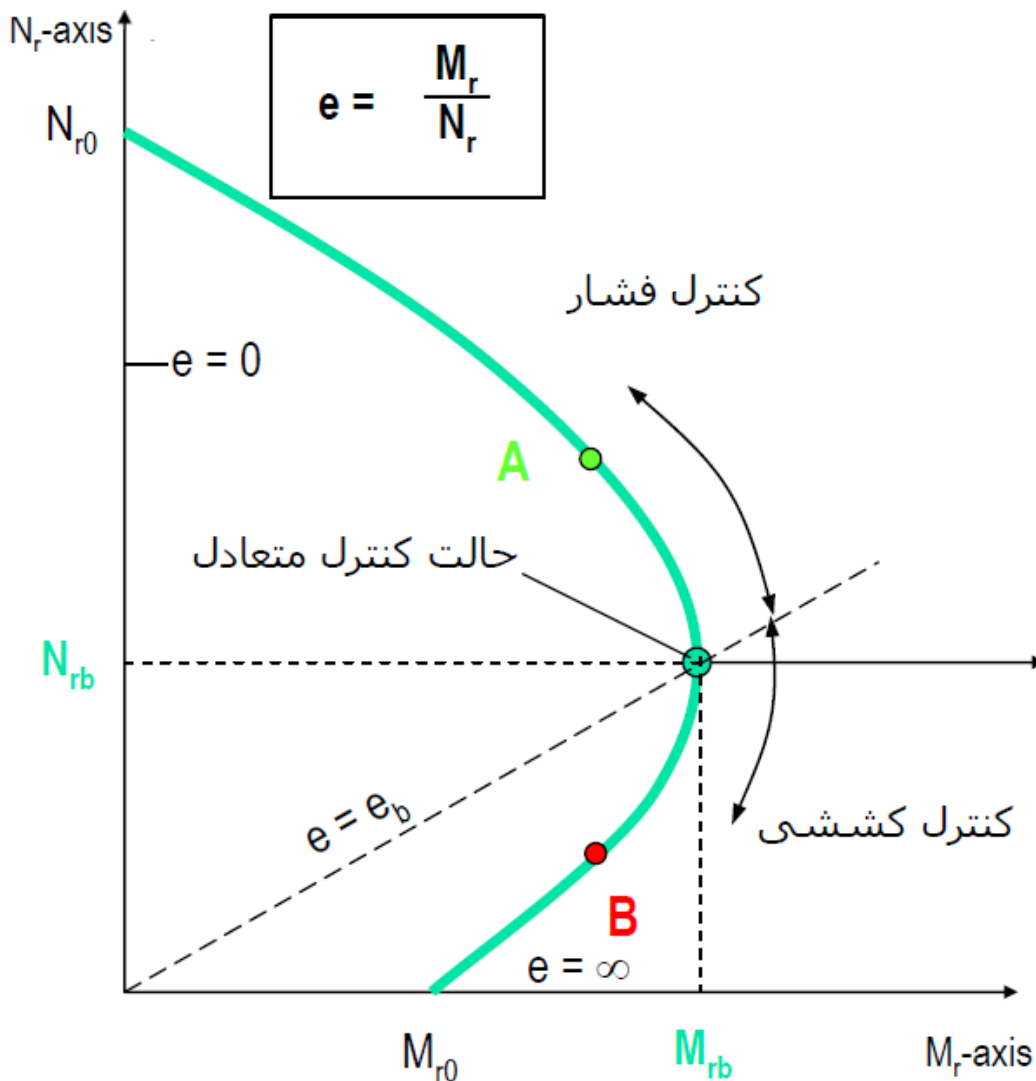
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

160

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۶- مقاومت فشاری و خمشی ستون کوتاه ج : اندرکنش فشار و خمش

واحد تهران شرق





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۶- مقاومت فشاری و خمشی ستون کوتاه ج : اندرکنش فشار و خمش

واحد تهران شرق

ملاحظه می گردد که در ناحیه فشاری با افزایش بارمحوری لنگر قابل تحمل کمتر می شود. چراکه معیار رسیدن سریعتر کرنش فشاری بتن به مقدار نهایی است و هرچه بار بیشتر گردد، لنگر کمتری نیاز است تا کرنش را به مقدار نهایی برساند. برعکس در ناحیه کششی با افزایش نیروی محوری مقدار لنگر بیشتری را مقطع می تواند تحمل نماید. در این ناحیه در ابتدا فولاد جاری می گردد. در این وضعیت فرض نماییم ابتدا لنگر وارد گشته و سبب سیلان فولادهای کششی گردد. اضافه شدن نیروی محوری سبب اعمال کرنشهای فشاری شده و کرنش در فولاد از مقدار حد سیلان کمتر می گردد. لذا باید لنگر بیشتری وارد گردد تا مجدداً فولاد کششی جاری شود.



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

واحد تهران شرق

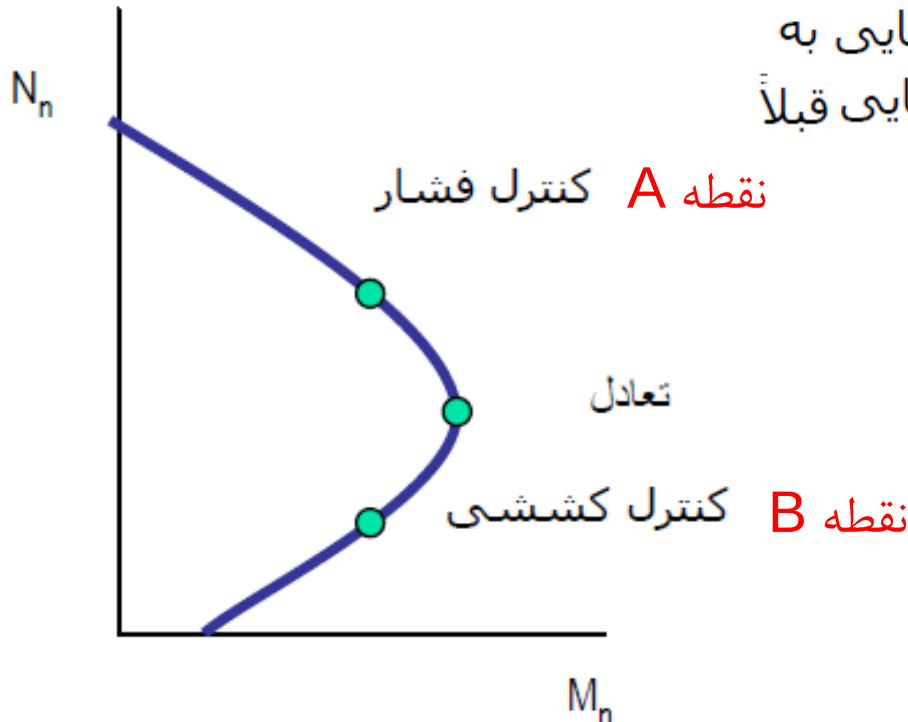
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

محدوده کنترل فشار (نقطه A)

معمولاً قسمت اعظم سطح مقطع در فشار بوده و در لحظه شکست وقتی کرنش در تار انتهایی به 0.003 می رسد میلگردهای کششی انتهایی جاری نشده اند.

محدوده کنترل کشش (نقطه B)

معمولاً قسمت اعظم سطح مقطع در کشش بوده و در لحظه شکست وقتی کرنش در تار انتهایی به 0.003 می رسد میلگردهای کششی انتهایی قبلاً جاری شده اند.



نکته قابل ذکر آن است که برخلاف تیرها، در ستونها نمی توان شکست نرم را گارانتی نمود. چراکه نوع شکست بستگی به اندازه e به e_b دارد



واحد تهران شرق

مرکز پلاستیک

به نقطه ای اتلاق می گردد که اگر بار محوری در آنجا وارد گردد، می تواند در کرنش نهایی $\epsilon_u = 0.003$ در کل مقطع سبب شکست ستون گردد. در میلگرد گذاری یکنواخت و متقارن، مرکز پلاستیک بر مرکز هندسی مقطع منطبق است.

میلگرد گذاری اکثر مقاطع ستونها نسبت به محور خمش متقارن می باشد. ولی گاهی اوقات مثل ستونها در قابهای پرتال که خروج از مرکزیت بزرگ بوده و بصورت تکمحوری نیز اعمال می شود، بلحاظ اقتصادی می توان میلگردها را در منطقه کششی متمرکز نمود. در این گونه موارد خروج از مرکزیت بار محوری می باید نسبت به محوری که از مرکز پلاستیک بگذرد محاسبه شود.

نکته:

در مقطع متقارن ($A_{s1} = A_{s2}$) داری $x = h/2$

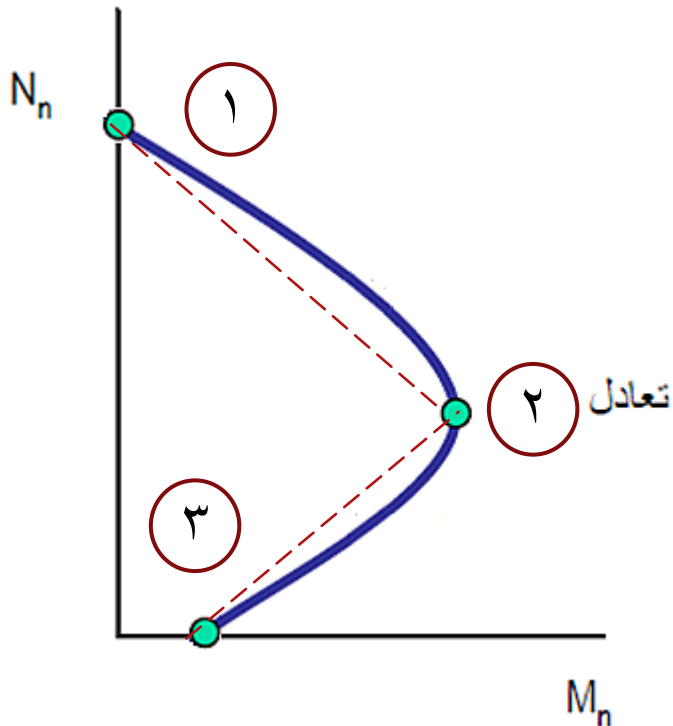
$$x = \frac{0.85 f'_c b h^2 / 2 + A_{s1} f_y d + A_{s2} f'_y d'}{0.85 f'_c b h + A_{s1} f_y + A_{s2} f'_y}$$



۶- مقاومت فشاری و خمشی ستون کوتاه

ترسیم نمودار پیازی P-M

برای ترسیم نمودار پیازی به صورت منحنی به چندین نقطه نیاز است اما ساده ترین روش، دانستن مختصات حداقل ۳ نقطه در هر ربع نمودار دو بعدی و ترسیم آن به صورت خطی است.



در شکل رو برو، مختصات نقاط ۱ و ۳ یعنی نیروی محوری تنها $(P_n, \max)$ و لنگر خمشی تنها $(M_n, \max)$ با دانستن ابعاد و میلگردهای مقطع با استفاده از روابط قبلی به راحتی قابل محاسبه است.

نکته مهم بدست آوردن مختصات نقطه ۲ یعنی N_b, M_b یعنی ظرفیتهای محوری و خمشی متعادل (بالانس) مقطع است.



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

165

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

شرایط کرنش بالانس در مقاطع مستطیلی

N_b و e_b مقادیر مجهول می باشند

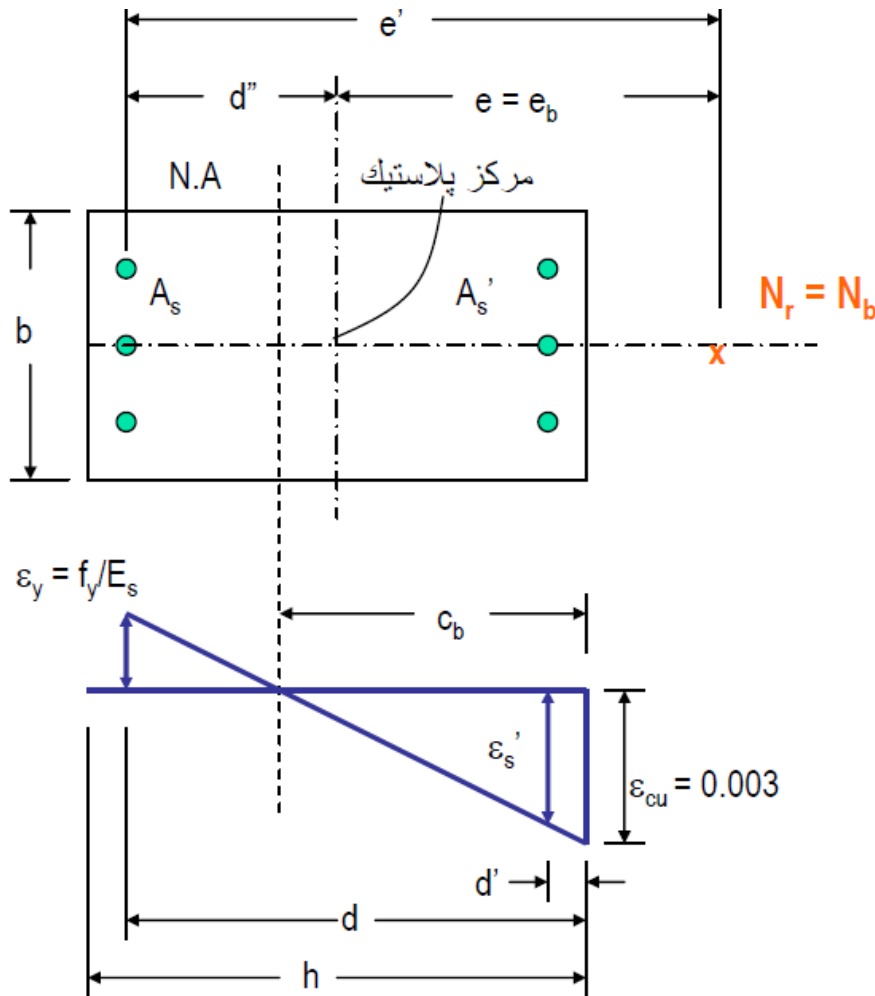
$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{f_y/E_s + 0.003}$$

$$c_b = \frac{600}{f_y + 600} d$$

$$\frac{c_b - d'}{c_b} = \frac{\epsilon'_s}{\epsilon_{cu}}$$

$$E_s \cdot \epsilon'_s = f'_s$$

تنش فشاری
میلگرد

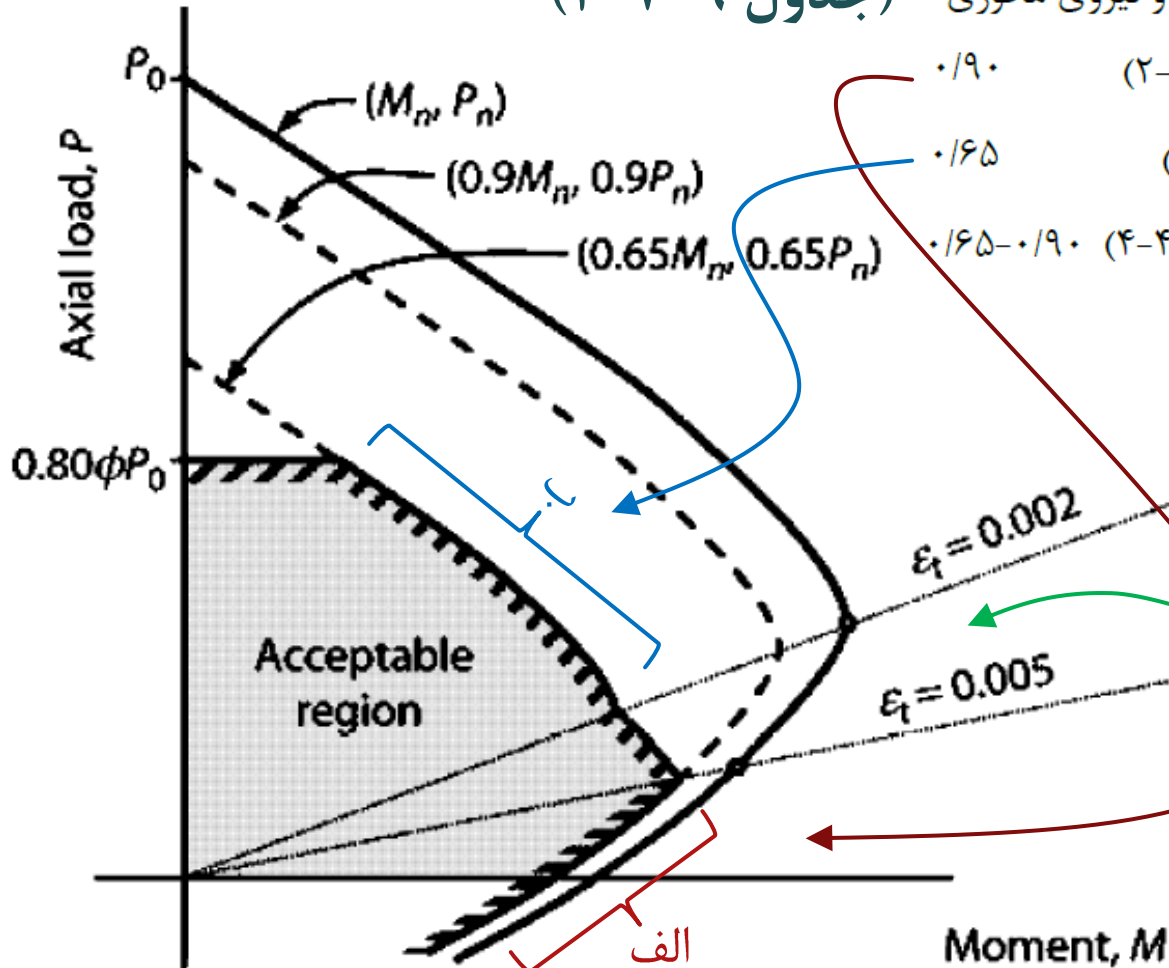




(۱) لنگر، نیروی محوری، و یا ترکیب لنگر و نیروی محوری (جدول ۹-۷-۲)

پ) مقاطع در ناحیه‌ی انتقال (بند ۹-۷-۴-۴) ۰/۹۰-۰/۶۵

$$\phi = 0.65 + 0.25 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{0.003}$$





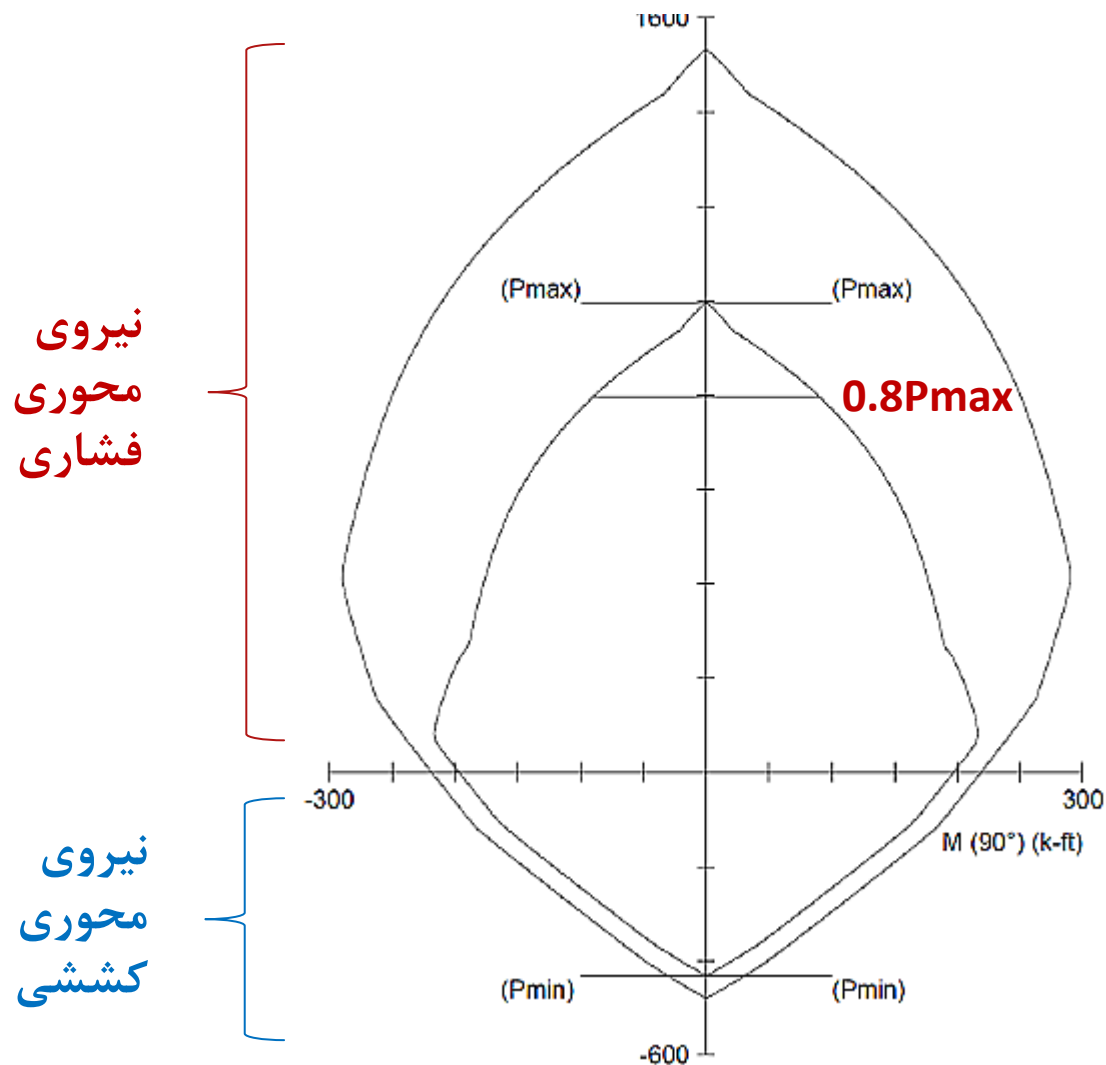
واحد تهران شرق

168

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

نمونه یک نمودار کامل اندرکنش نیروی محوری و خمشی یک محوره:



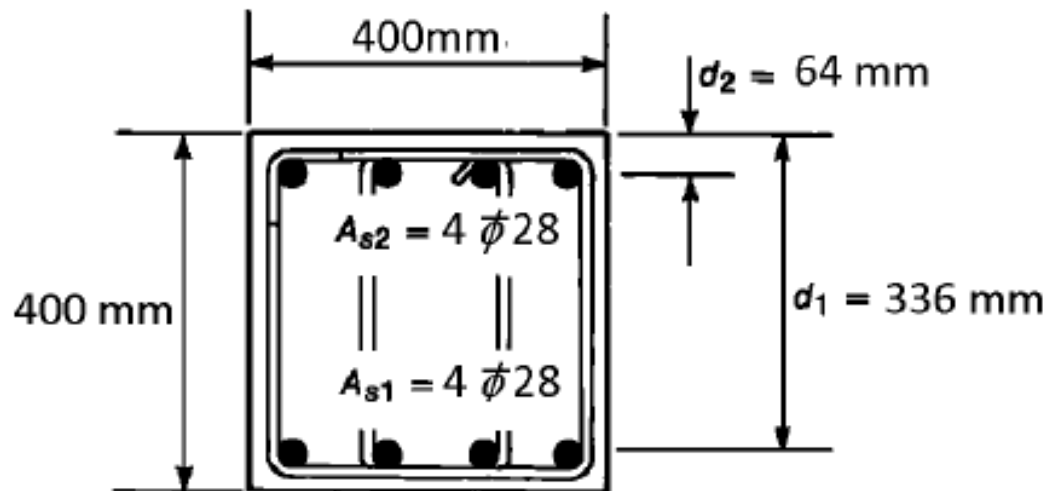


واحد تهران شرق

مثال:

نمودار اندرکنش خمش و نیروی محوری را برای مقطع زیر رسم نمایید:

$$\begin{aligned}A_g &= 400 \times 400 = 160000 \text{ mm}^2 \\A_{s1} &= A_{s2} = 4\pi \times 14^2 = 2462 \text{ mm}^2 \\f'_c &= 25 \text{ MPa} \\F_y &= 400 \text{ MPa}\end{aligned}$$





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

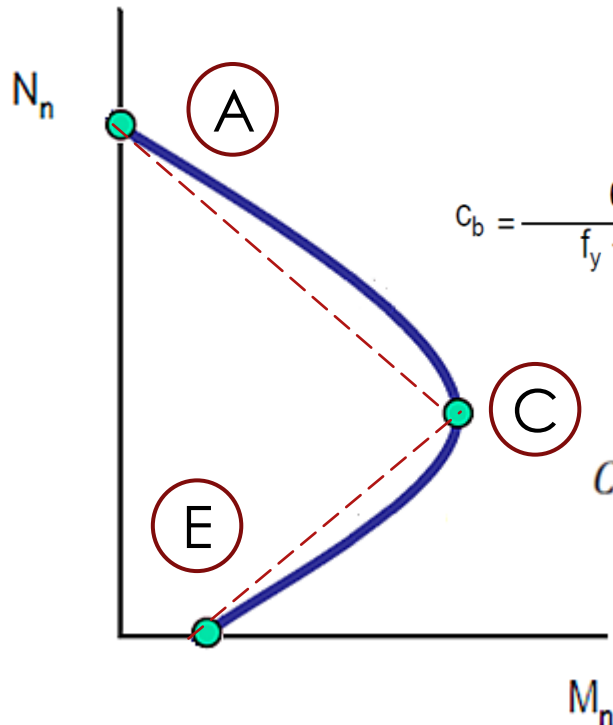
سطح مقطع ۴ میلگرد ۲۸

محاسبه مقاومت فشاری ستون (نقطه A)

$$P_0 = 0.85 \times 25(160000 - 2 \times 2462) + 400 \times (2462 \times 2) = 5265729 \text{ N} = 5265 \text{ kN}$$

$$\phi P_0 = N_n = 0.65 \times 5265 = 3422.25 \text{ kN}$$

محاسبه مقاومت فشاری و خمشی در نقطه C (به شکل صفحه بعد دقت کنید)



کرنش میلگرد کششی $\epsilon_{s1} = 0.002$
کرنش میلگرد فشاری $\epsilon'_s = 0.002048$

$$c_b = \frac{600}{f_y + 600} d \rightarrow Cb = x = \frac{3}{5} \times 336 = 201.6 \text{ mm}$$

$$a = 0.85x = 0.85 \times 201.6 = 171.36 \text{ mm}$$

$$C_c = 0.85 f_c (a_b b - A's)$$

$$C_c = (171.36 \times 400 - 2462) \times (0.85 \times 25) = 1404.24 \text{ kN}$$

$$C_s = 2462 \times (400) = 984800 = 984.8 \text{ kN}$$

$$T = 2462 \times (400) = 984800 = 984.8 \text{ kN}$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

171

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

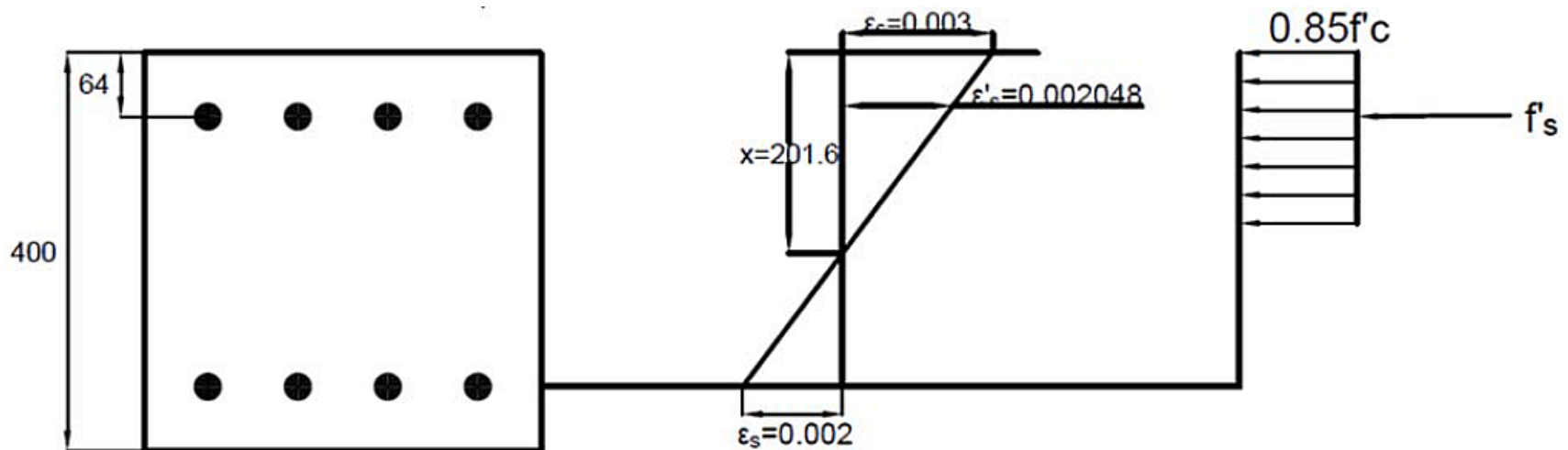
$$P_C = C_c + C_s - T = 1404.24 + 984.8 - 984.8 = 1404.24 \text{ kN}$$

$$\varphi P_C = 0.65 \times 1404.24 = 912.75 \text{ kN}$$

$$\frac{P_C}{P_0} = \frac{912}{3422} \approx 0.27$$

$$M_C = C_c \times \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + C_s \times \left(\frac{h}{2} - 64 \right) + T \times \left(d - \frac{h}{2} \right) = 428,398,316.8 = 428.4 \text{ kN.m}$$

$$\varphi M_C = 0.65 \times 428.4 = 278.5 \text{ kN.m}$$





واحد تهران شرق

برای محاسبه ظرفیت خمشی مقطع (نقطه E) چنانچه درصد میلگرد کششی از میلگرد حداکثر کمتر باشد، با صرف نظر از اثر میلگرد فشاری در خمش، مقاومت خمشی ستون مانند تیر از رابطه زیر بدست می آید:

$$M_n = A_s F_y Z = A_s F_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = A_s F_y \left(d - \frac{A_s F_y}{2 \times 0.85(b)(f'_c)} \right)$$

$$M_n = A_s F_y d \left(1 - 0.59 \rho \frac{F_y}{f'_c} \right)$$

$$\rho_{MAX} = 0.85 \frac{f'_c}{f_y} \beta_1 \frac{3}{8} = 0.85 \times \frac{25}{400} \times 0.85 \times \frac{3}{8} = 0.017$$

$$\rho = \frac{2462}{400 \times 336} = 0.018 \approx 0.017$$

$$M_n = 2462 \times 400 \times 336 \times \left(1 - 0.59 \times 0.018 \frac{400}{25} \right) = 274.7 \text{ KN.m}$$

$$\phi M_n = 0.9 \times 274.7 = 247.2 \text{ KN.m}$$



طراحی با استفاده از منحنی های بدون بعد

روش اول :

با استفاده از نمودارهای سری اول (بدون f'_c , f_y) می توان به روش زیر عمل کرد:

۱- ابتدا سطح مقطع را حدس بزنید: $Ag(mm^2) = \frac{N_u}{0.44(f'_c + \rho f_y)}$ (می توانید $\rho=0.02$ فرض کنید)

۲- با مشخص بودن پوشش میلگردها γ را محاسبه کرده و نمودار را انتخاب کنید.

۳- سپس $Nu=N_r$, $Mu=M_r$ و $\phi_c=\phi$ را فرض کنید. (ϕ را با محاسبه e و با توجه به نمودار تخمین بزنید)

۴- با استفاده از دو نسبت محاسبه شده برای $\frac{Nr}{f_c b h}$ و $\frac{Mr}{f_c b h^2}$ ضریب $m\rho$ پیدا شود.

۵- با محاسبه m از رابطه $\frac{f_y}{0.85f_c}$ درصد ρ محاسبه و آرماتورگذاری می شود.

روش دوم :

با استفاده از نمودارهای سری دوم (با f'_c , f_y) می توان به روش زیر عمل کرد:

۱- گامهای ۱ و ۲ و ۳ مانند بالا انجام شده (در گام ۳ $Nu/\phi=N_r$, $Mu/\phi=M_r$ فرض کنید) فقط در گام ۴ با محاسبه همان نسبتها مستقیماً ρ از نمودار استخراج می شود.



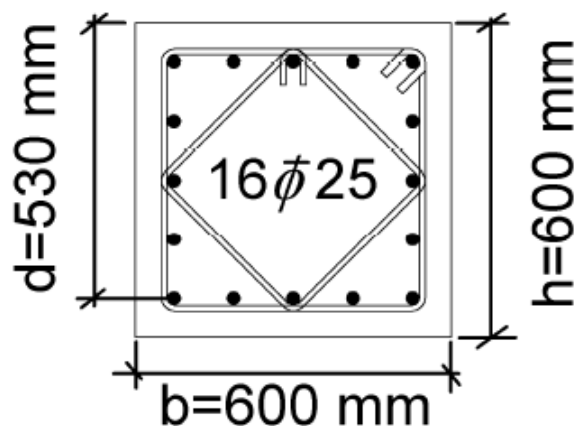
واحد تهران شرق

طراحی با استفاده از منحنی های بدون بعد

دقت کنید که در هر دو روش حداقل خروج از مرکزیت ($e/h=0.05$ و یا K_{max}) کنترل گردد. به این منظور که نیروی محوری بیشتر از حداکثر مجاز نشود.

۵-۱۲-۹ محدودیت های آرماتور

۱-۵-۱۲-۹ در ستون های بتنی، مساحت آرماتورهای طولی نباید کم تر از ۱ درصد و بیش تر از ۸ درصد سطح مقطع ناخالص A_g ، باشد. محدودیت مقدار حداکثر باید در محل وصله های پوششی میلگردها نیز رعایت شوند.



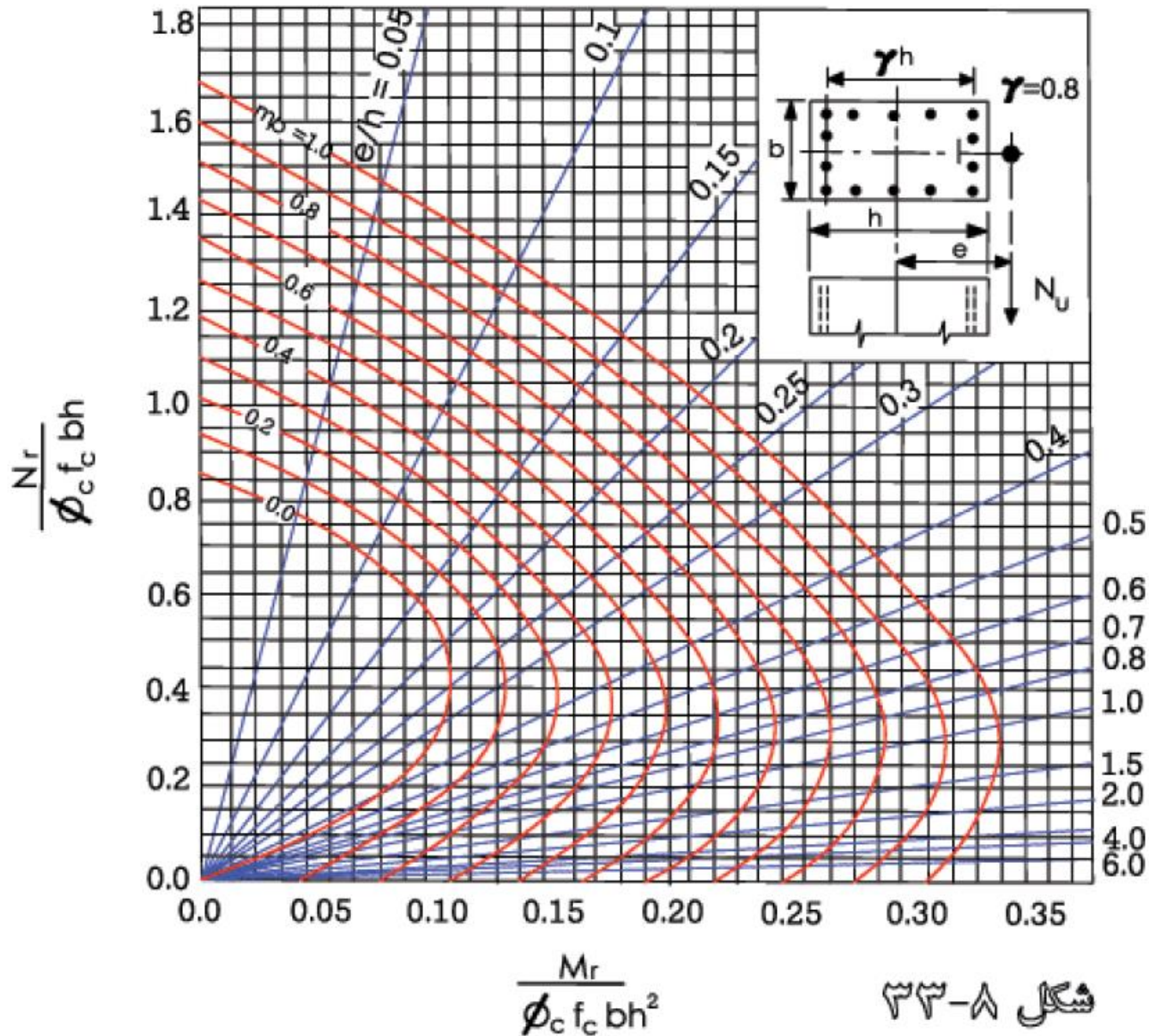
مثال :

$$0.01 < \rho = \frac{A_s}{bh} = \frac{16 \times \left(\frac{\pi \times 25^2}{4} \right)}{600 \times 600} = 0.022 < 0.08$$



واحد تهران شرق

ϕ_c را با ϕ
یکی فرض کنید.



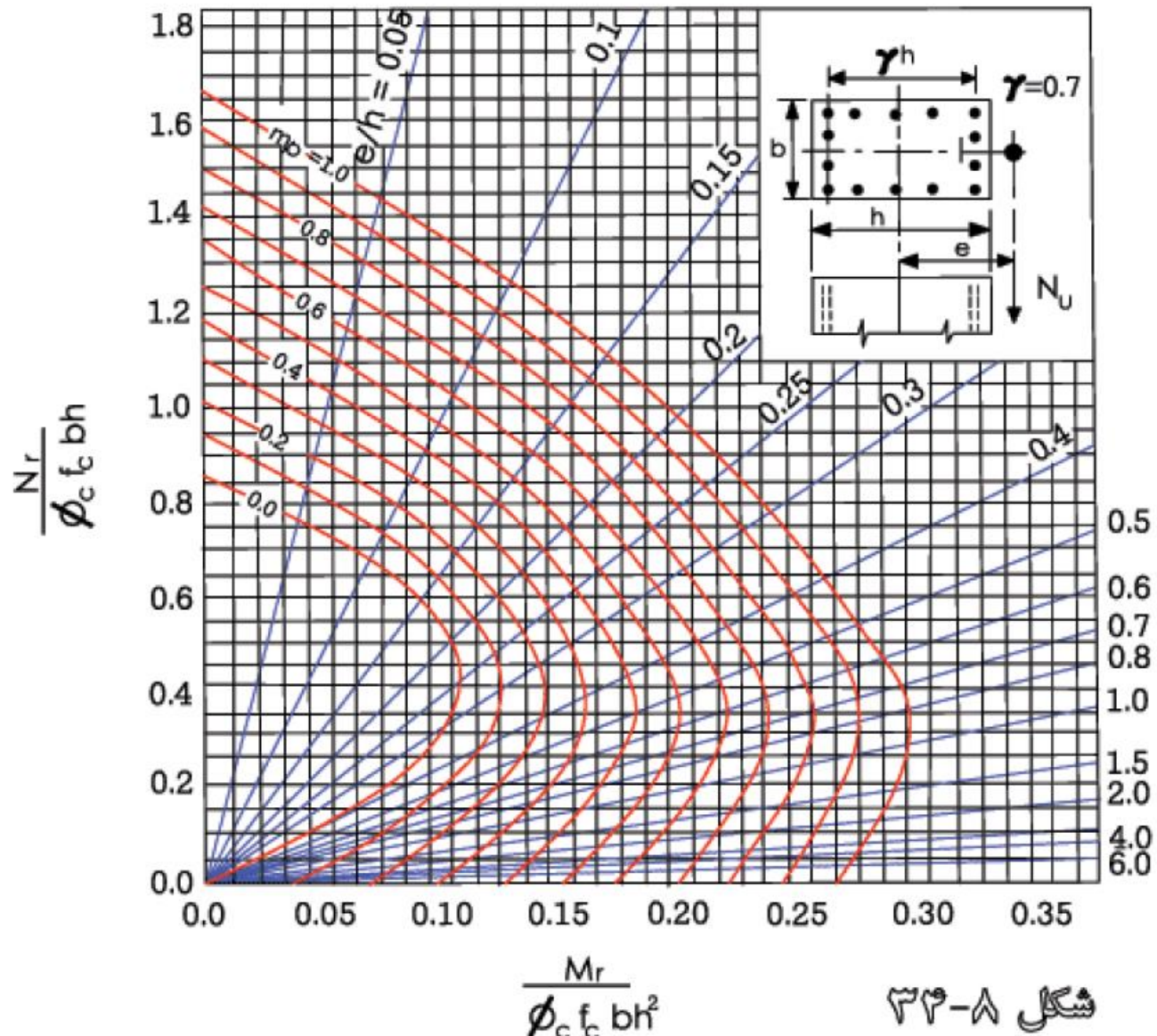


Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

ϕ_c را با ϕ
یکی فرض کنید.

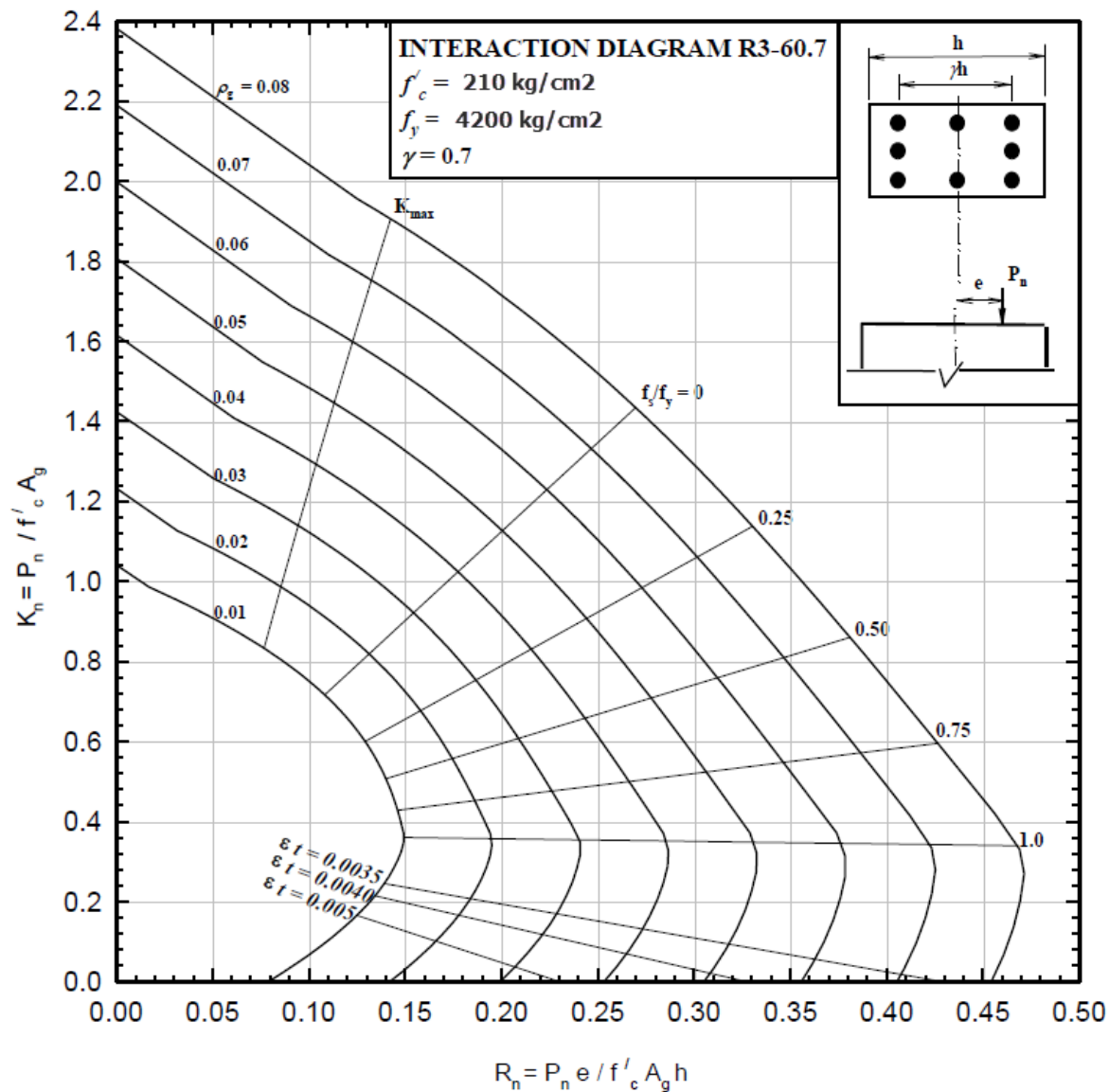




واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

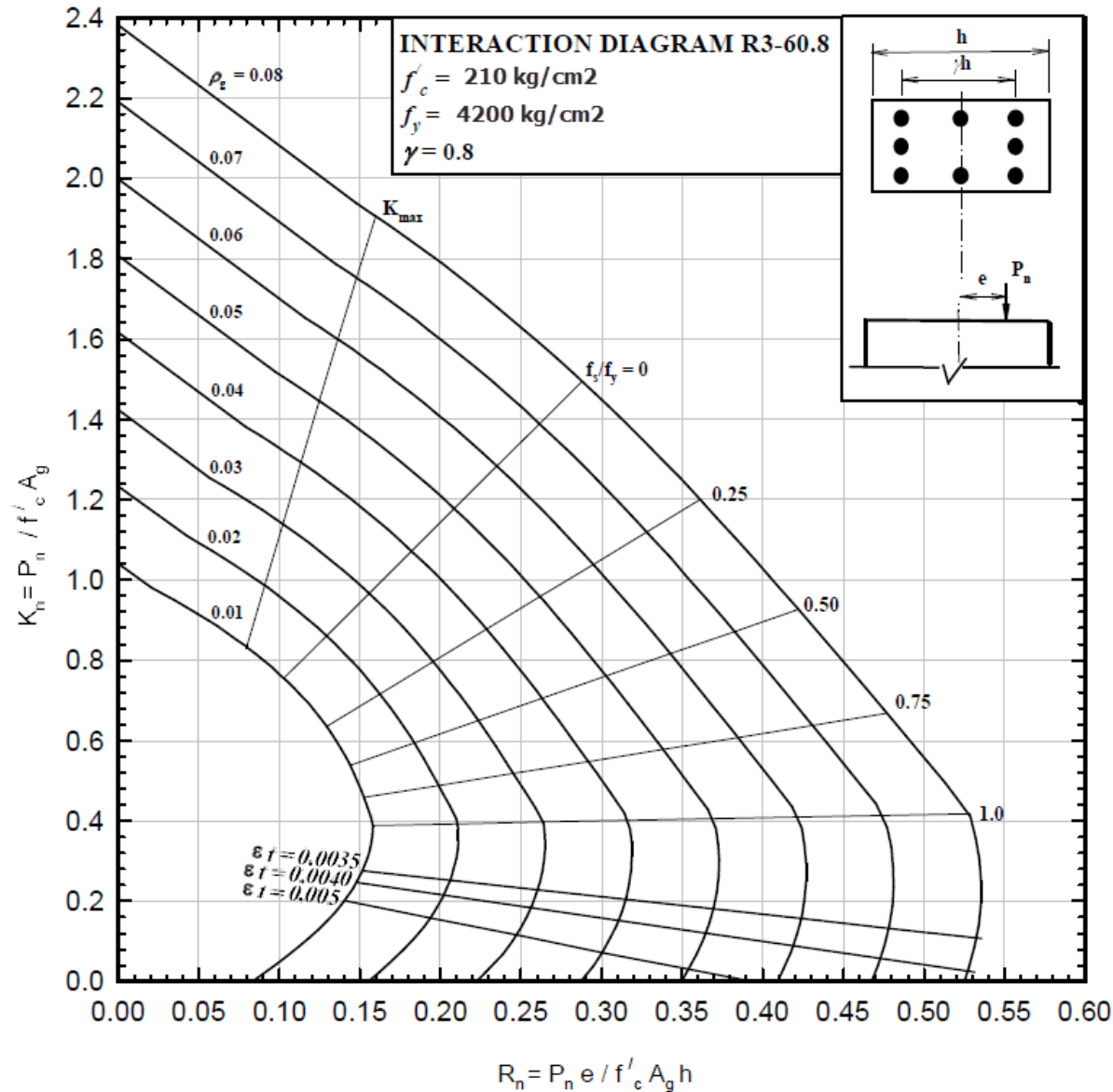




واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

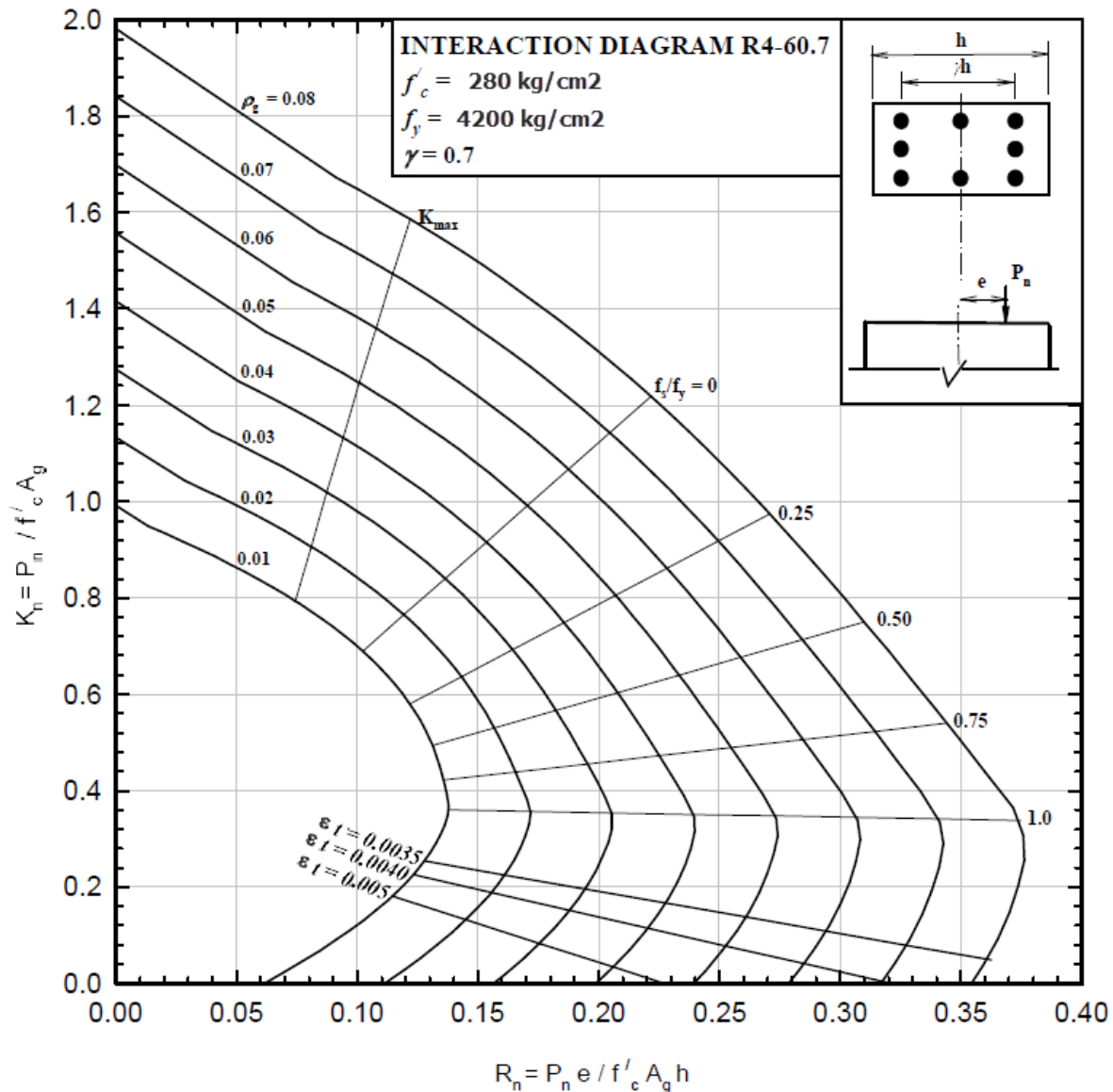




واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

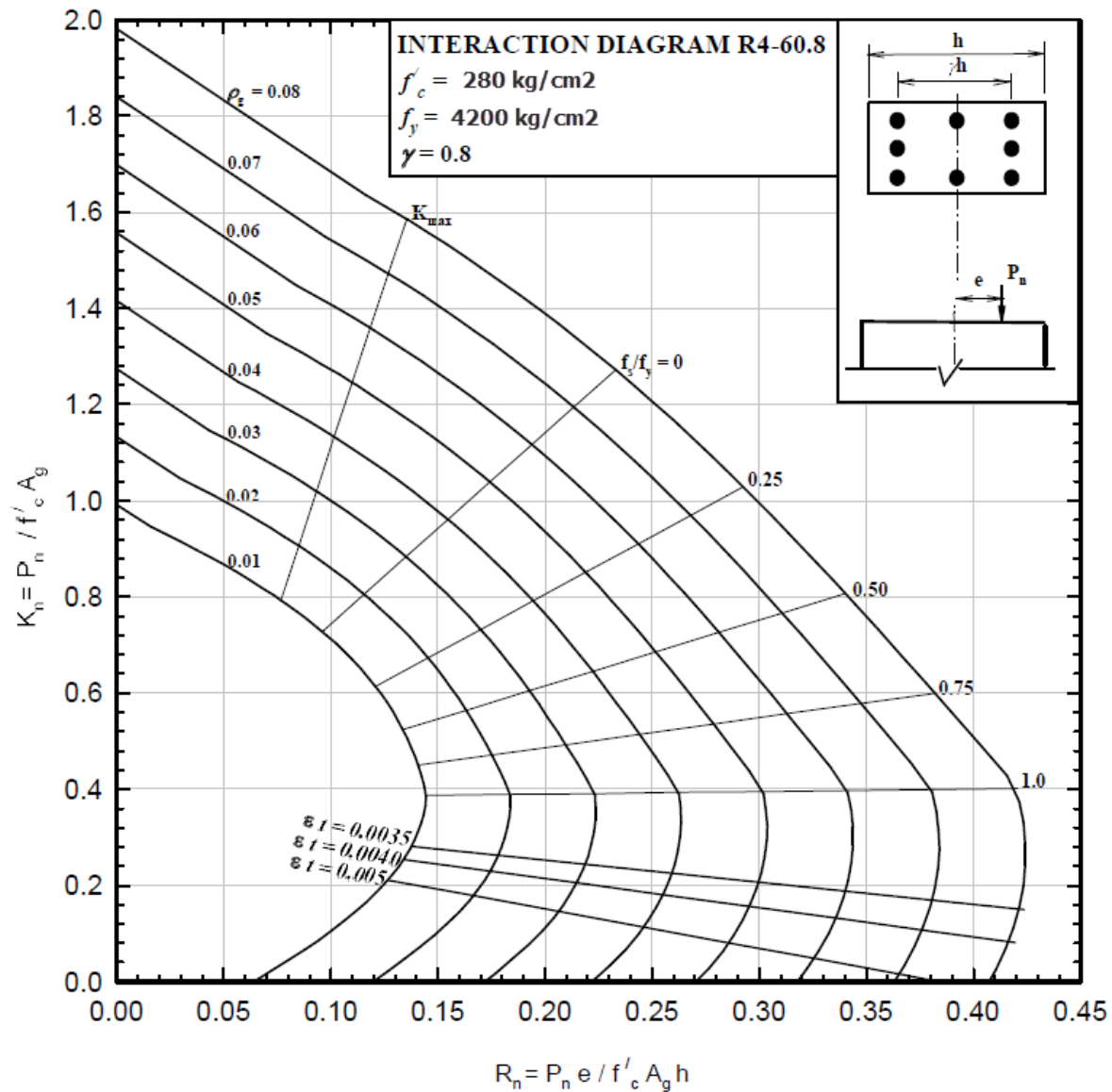




واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق



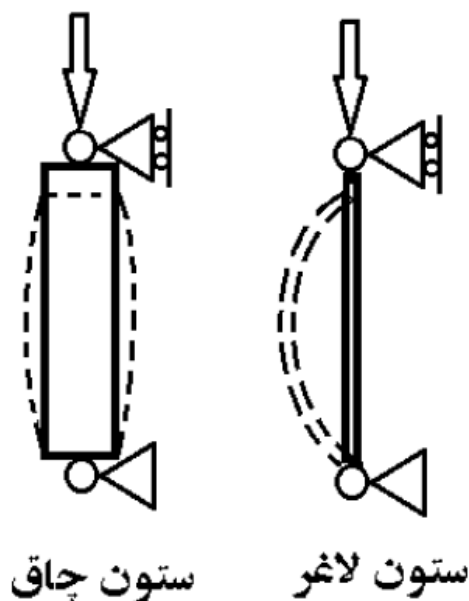


واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۶- طراحی فشاری و خمشی ستون لاغر د : تشدید لنگر



مقاومت فشاری ستون چاق (کوتاه) از رابطه $A_c(0.85f'_c) + A_sF_y$ بدست می آید. یعنی تا جایی نیرو تحمل می کند که "له" شود.
مقاومت فشاری ستون لاغر از رابطه $P = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$ بدست می آید. یعنی تا جایی نیرو تحمل می کند که کمانش کند.



واحد تهران شرق

182

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۶- طراحی فشاری و خمشی ستون لاغر

د : تشدید لنگر

تفاوت $P\delta$ و $P\Delta$

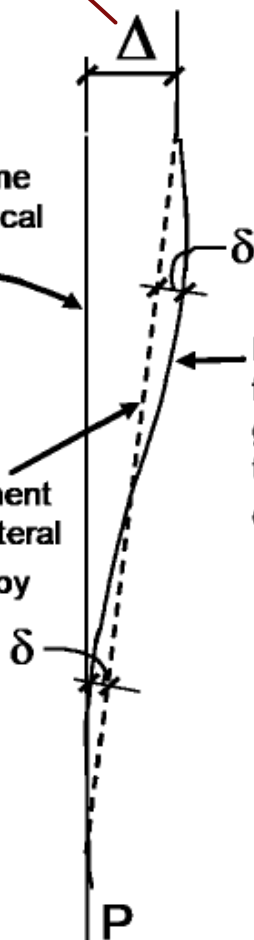
ستون مهارنشده
تحت بار جانبی

Original position of frame
element shown by vertical
line

Position of frame element
as a result of global lateral
translation, Δ , shown by
dashed line

Final deflected position of the
frame element that includes the
global lateral translation, Δ , and
the local deformation of the
element, δ

ستون تحت بار
ثقلی





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

183

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

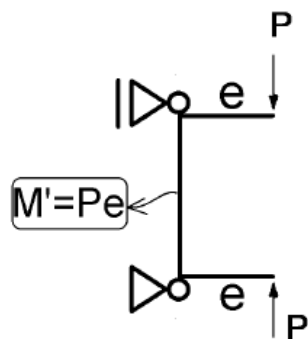
۶- طراحی فشاری و خمشی ستون لاغر د-۱: تشدید لنگر ثقلی (ستون بدون حرکت جانبی)

$$Q \leq 0.05$$

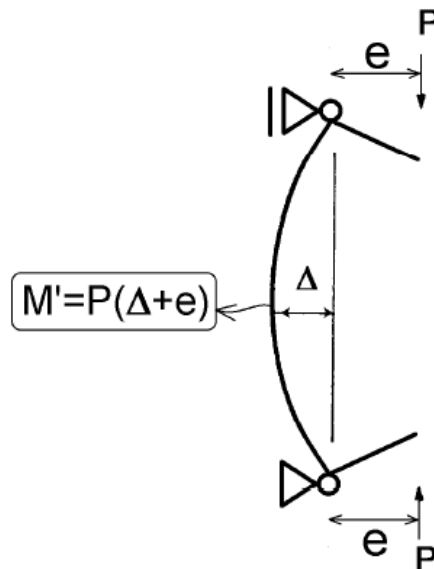
واحد تهران شرق

تأثیر لاغری بر لنگر داخلی ستون

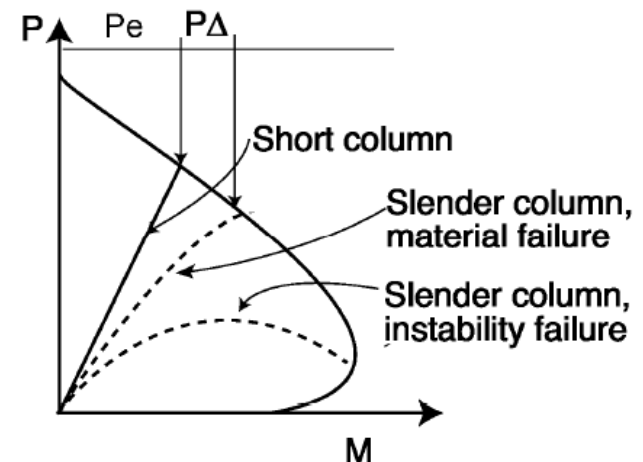
به ستون لاغر توجه کنید. در دو انتهای ستون لنگر $M=Pe$ وارد شده است. ولی به علت لاغری بالا و تغییر شکل ستون، لنگر در وسط ستون برابر $M=P\Delta+Pe$ می باشد. در حالیکه در ستونهای کوتاه (ستون سمت چپ) افزایش لنگر نداریم. این افزایش لنگر در ستونهای لاغر در شکل سمت راست در دیاگرام اندرکنش نشان داده شده است.



Short column



Slender column





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

184

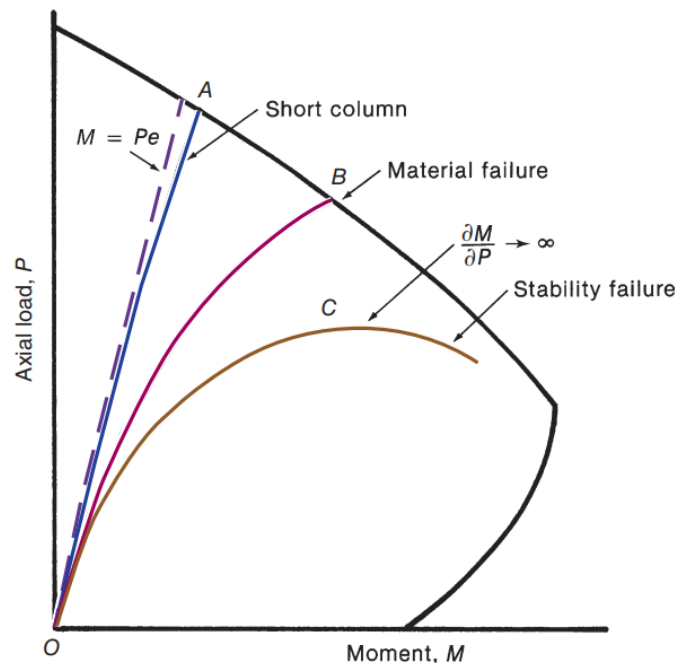
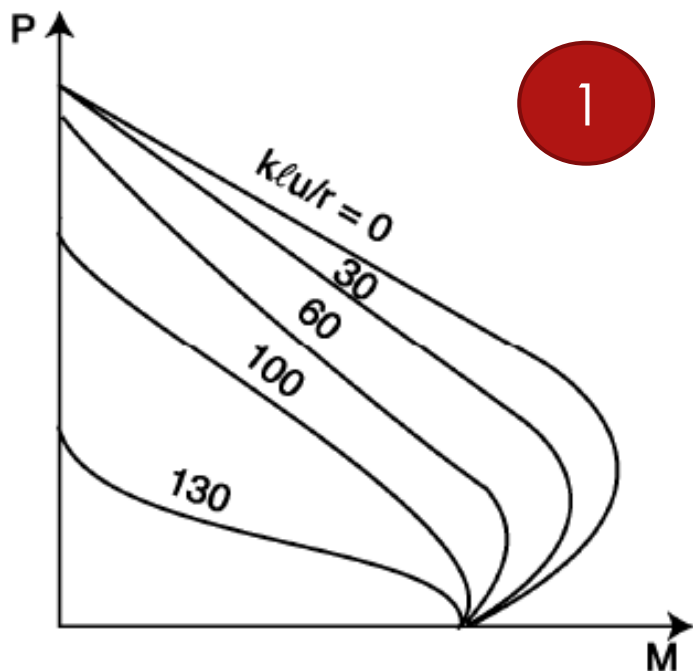
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۶- طراحی فشاری و خمشی ستون لاغر د-۱: تشدید لنگر ثقلی (ستون بدون حرکت جانبی)

$$Q \leq 0.05$$

واحد تهران شرق

جهت منظور کردن اثرات لاغری می توان مطابق شکل پایین (سمت چپ) بر اساس لاغری ستون، دیاگرام اندرکنش را محدود کرد.





واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

185

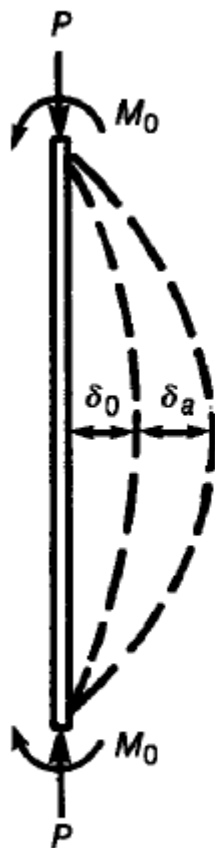
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

۶- طراحی فشاری و خمشی ستون لاغر د-۱: تشدید لنگر ثقلی (ستون بدون حرکت جانبی)

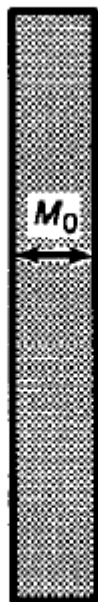
$$Q \leq 0.05$$

یا اینکه افزایش لنگرها را انجام داد:

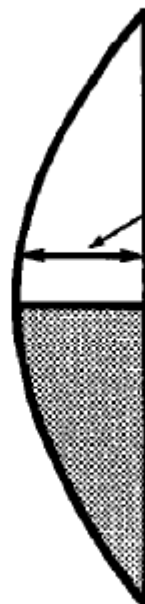
2



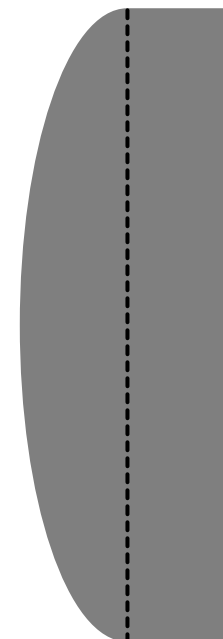
(a) Deflected column.



(b) M_0 .



(c) P - δ Moments.





۶- طراحی فشاری و خمشی ستون لاغر د-۱: تشدید لنگر ثقلی (ستون بدون حرکت جانبی)

$$Q \leq 0.05$$

واحد تهران شرق

۹-۶-۵-۴-۳ روش تشدید لنگرها - قاب‌های مهار شده

۹-۶-۵-۴-۳ لنگرهای ستون‌ها و دیوارها که از تحلیل خطی الاستیک مرتبه‌ی اول به دست آورده شده‌اند، باید برای منظور کردن اثرات انحنای آن‌ها مطابق رابطه‌ی زیر تشدید شده و در طراحی به کار برده شوند.

$$M_c = \delta M_2 \quad (9-6-9)$$

در این رابطه δ ضریب تشدید است که بر اساس رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75P_c}} \geq 1.0 \quad (10-6-9)$$

۹-۶-۵-۴-۳ ضریب C_m در رابطه‌ی ۱۰-۶-۹ را باید به یکی از دو طریق زیر به دست آورد:

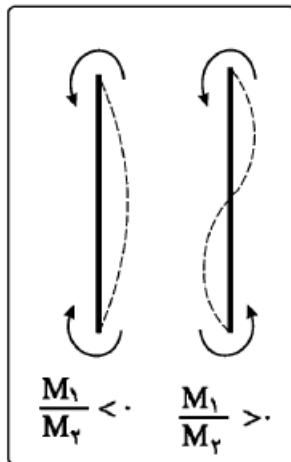
الف - در ستون‌هایی که نیروی عرضی در فاصله‌ی تکیه‌گاه‌های آن وارد نمی‌شود:

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} \quad (11-6-9)$$



۶- طراحی فشاری و خمشی ستون لاغر د-۱ : تشدید لنگر ثقلی (ستون بدون حرکت جانبی)

$$Q \leq 0.05$$



M_2 : حداکثر ممان دو انتهای ستون

۹-۶-۵-۴-۳ مقدار M_2 در رابطه‌ی (۹-۶-۱۱) نباید از مقدار $M_{2,min}$ که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود، برای هر محور مقطع ستون کمتر در نظر گرفته شود. نیازی نیست که $M_{2,min}$ به طور هم‌زمان در هر دو محور منظور شود.

$$M_{2,min} = P_u(15 + 0.03h) \quad (۹-۶-۱۳)$$

در مواردی که مقدار $M_{2,min}$ از M_2 بزرگ‌تر باشد، مقدار C_m را می‌توان برابر ۱/۰ منظور نمود؛ و یا می‌توان با قرار دادن نسبت $\frac{M_1}{M_2}$ در رابطه مقدار آن را محاسبه کرد.



۶- طراحی فشاری و خمشی ستون لاغر د-۱: تشدید لنگر ثقلی (ستون بدون حرکت جانبی)

واحد تهران شرق

$$Q \leq 0.05$$

۹-۶-۵-۴-۲-۲ بار بحرانی کمانشی ستون

بار بحرانی کمانشی ستون، P_c ، از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد:

$$P_c = \frac{\pi^2(EI)_{eff}}{(kl_u)^2} \rightarrow \text{طول مهار نشده: } l_u \quad (۵-۶-۹)$$

۹-۶-۵-۴-۲-۳ $(EI)_{eff}$ با استفاده از یکی از روابط زیر تعیین شود:

$$(EI)_{eff} = \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_{dns}} \quad (۶-۶-۹)$$

$$(EI)_{eff} = \frac{(0.2E_c I_g + E_s I_{se})}{1 + \beta_{dns}}$$

ممان اینرسی مقطع ناخالص بتن حول محور ثقل بدون در نظر گرفتن آرماتورها.	I_g
ممان اینرسی آرماتورها حول محور ثقل مقطع عضو.	I_{se}

$$(EI)_{eff} = \frac{E_c I}{1 + \beta_{dns}} \rightarrow \text{۱: همراه با اثرات ترک خوردگی دقیق} \quad (۸-۶-۹)$$

جدول ۹-۶-۲ ب

در روابط فوق β_{dns} برابر با نسبت حداکثر بار محوری دائمی ستون به حداکثر بار محوری ضریب‌دار بوده و برای سادگی می‌تواند ۰٫۶ انتخاب شود. (تفسیر آبا)



۶- طراحی فشاری و خمشی ستون لاغر د-۲: تشدید لنگر ثقلی (ستون با حرکت جانبی)

$$Q > 0.05$$

واحد تهران شرق

۴-۴-۵-۶-۹ روش تشدید لنگرها - قاب‌های مهار نشده

۱-۴-۴-۵-۶-۹ لنگرهای تشدید شده M_1 و M_2 در دو انتهای هر ستون از روابط (۱۴-۶-۹) و (۱۵-۶-۹) محاسبه می‌گردد.

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} \quad (۱۴-۶-۹)$$

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s} \quad (۱۵-۶-۹)$$

۲-۴-۴-۵-۶-۹ ضریب تشدید لنگر، δ_s ، بر اساس یکی از ضوابط (الف)، (ب) و یا (پ) محاسبه می‌گردد. در مواردی که مقدار δ_s از ۱/۵ بیش‌تر باشد، تنها باید از یکی از ضوابط (ب) یا (پ) استفاده شود.

مشابه ۲۸۰۰

$$\delta_s = \frac{1}{1-Q} \geq 1.0 \quad \text{الف - (۱۶-۶-۹)}$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.75 \sum P_c}} \geq 1.0 \quad \text{ب - (۱۷-۶-۹)}$$

پ- تحلیل خطی الاستیک مرتبه‌ی دوم



۶- طراحی فشاری و خمشی ستون لاغر د-۲: تشدید لنگر ثقلی (ستون با حرکت جانبی)

$$Q > 0.05$$

واحد تهران شرق

M_{2ns}	لنگر ضریب دار عضو فشاری ناشی از بارهایی که تغییر مکان جانبی قابل ملاحظه ایجاد نمی کنند، در انتهای M_2 اثر می کند. این لنگر با تحلیل الاستیک مرتبه اول سازه محاسبه می شود.
M_{2s}	لنگر ضریب دار عضو فشاری ناشی از بارهایی که تغییر مکان جانبی قابل ملاحظه ایجاد می کنند، در انتهای M_2 اثر می کند. این لنگر با تحلیل الاستیک مرتبه اول سازه محاسبه می شود.

در روابط فوق، $\sum P_u$ برابر با مجموع بارهای قائم در یک طبقه، و $\sum P_c$ برابر با مجموع بارهای بحرانی کم ناشی برای تمام ستون های مقاوم در برابر تغییر مکان جانبی طبقه می باشد. P_c بر اساس رابطه ی (۹-۶-۵) و با منظور نمودن k برای ستون های مهار نشده به دست می آید. مقدار $(EI)_{eff}$ از بند ۹-۶-۵-۴-۲-۳ محاسبه شده و در روابط این بند به جای β_{dns} باید

β_{ds}	نسبت حداکثر برش ضریب دار ناشی از بارهای دائمی در یک طبقه به حداکثر برش ضریب دار در آن طبقه، در یک ترکیب بار.
--------------	--

نکته: β_{ds} در بارهای جانبی کوتاه مدت مانند بار باد و زلزله برابر ۱ فرض می شود.

۹-۶-۲-۲-۳ لنگرهای محاسباتی بر اساس تحلیل با در نظر گرفتن اثرات مرتبه ی دوم، نباید از

۱/۴ برابر لنگرهای متناظر ناشی از تحلیل با در نظر گرفتن اثرات مرتبه ی اول بیشتر باشند.

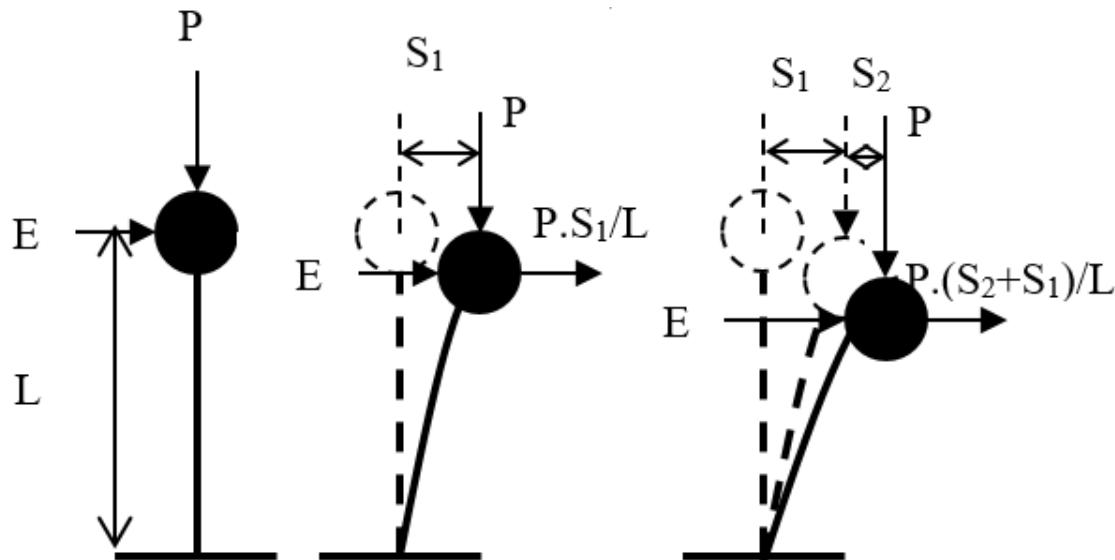


واحد تهران شرق

تعریف تحلیل $P-\Delta$ (مرتبه دوم) الاستیک

پ- تحلیل الاستیک مرتبه دوم: (انجام تحلیل تکراری)

تغییر مکان نقطه اثر نیرو (اثر خطی-ارتجاعی) - اثر تقریبی و الاستیک: در اثر نیروی جانبی نقطه اثر نیروی قائم ثقلی جابجا شده و یک ممان ثانویه ($P.S_1$) ایجاد می کند، خود این ممان ثانویه مجدداً تغییر شکل جانبی را تشدید می کند، برای مثال یک سیستم یک درجه آزاد را مثال می زنیم:



در اینجا بر اثر تغییر مکان ناشی از بار جانبی، محل اثر بار ثقلی جابجا شده و ایجاد ممان ثانویه و در نتیجه برش ثانویه ($P.S_1/L$) می کند. این خود نیز باعث ایجاد تغییر مکان بیشتری می شود و این کار تا همگرایی و رسیدن به پایداری و یا فروپاشی سازه ادامه دارد.

در این روش (الاستیک) **تحلیل تکراری** انجام شده و در انتها به **افزایش نیروها و نتایج** منتج می شود (تغییر مکان، خمش و برش)



واحد تهران شرق

192

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

تعریف تحلیل $P-\Delta$ (مرتبه دوم) الاستیک

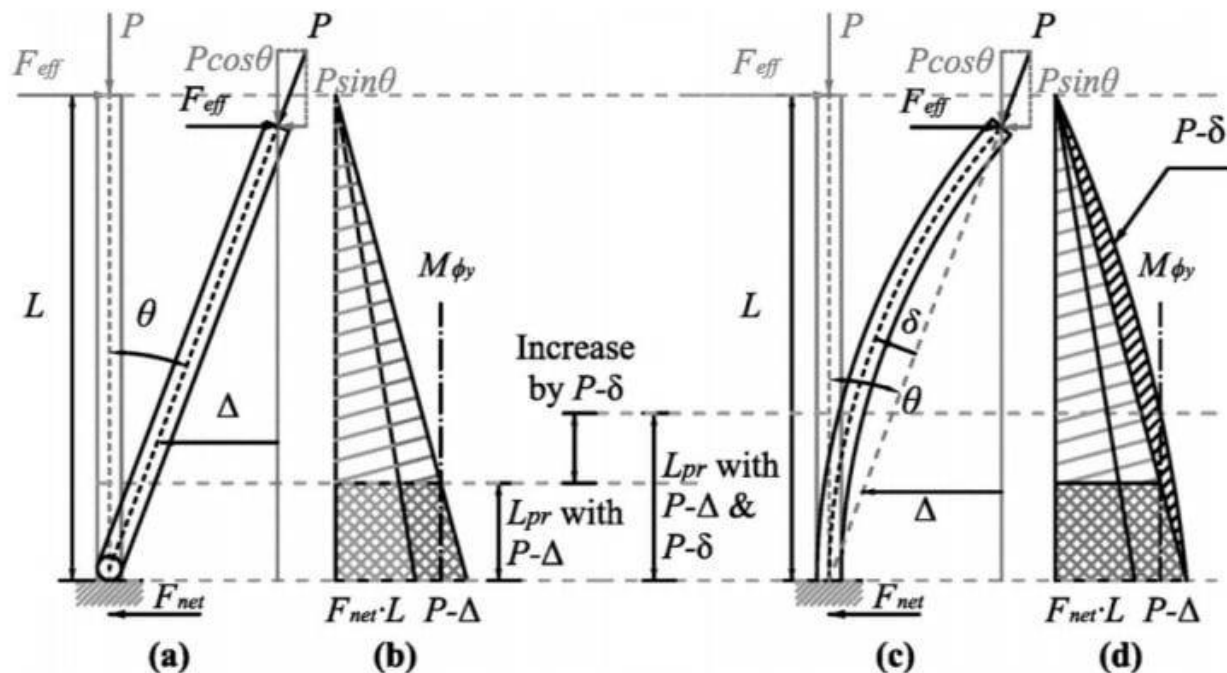
الف- تحلیل الاستیک مرتبه دوم:

۴-۴-۴-۵-۶-۹ در قاب‌های مهار نشده اثرات لاغری باید در مقاطع بین تکیه‌گاه‌های دو انتهای

ستون در نظر گرفته شوند. برای این منظور می‌توان قاب را مهار شده فرض نمود و برای محاسبه‌ی

C_m در بند ۳-۴-۵-۶-۹، مقادیر M_1 و M_2 متعلق به قاب‌های مهار نشده در بند ۴-۴-۵-۶-۹ را

به کار برد.





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

193

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

An ACI Handbook

The Reinforced Concrete Design Handbook

A Companion to ACI 318-14

	M_{ns}	M_s
	$1.2D + 1.0L + 0.2S$	$1.0E$
M_1 , kN·mm	1356	$\pm 196,594$
M_2 , kN·mm	-2712	$\pm 263,027$

تعریف تحلیل P-Δ (مرتبه دوم) الاستیک

الف- تحلیل الاستیک مرتبه دوم:

Loads considered	Dead + EQ + live + snow	
Load combination	(iii) $U^* = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S$	
Load breakout	$1.2D + 1.0L + 0.2S$	$1.0E$
V_u , kN	0	22
P_u , kN	3447	0
$(M_u)_{top}$, kN·mm	1356	$\pm 196,594$
$(M_u)_{bot}$, kN·mm	-2712	$\pm 263,029$

6.2.5

Check to see if slenderness can be neglected for sway frame. Slenderness for a sway frame can be neglected if $kl_u/r \leq 22$.

For a sway frame,

$$\frac{2.2 \times 4750}{173} = 60 > 22$$

Slenderness cannot be neglected.

Calculate the design moments M_1 and M_2

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} = 1356 + 220,185 = 221,541 \text{ kN·mm}$$

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s} = 2712 + 294,592 = 297,304 \text{ kN·mm}$$

Magnify the moment for second-order effects along the length of the column.

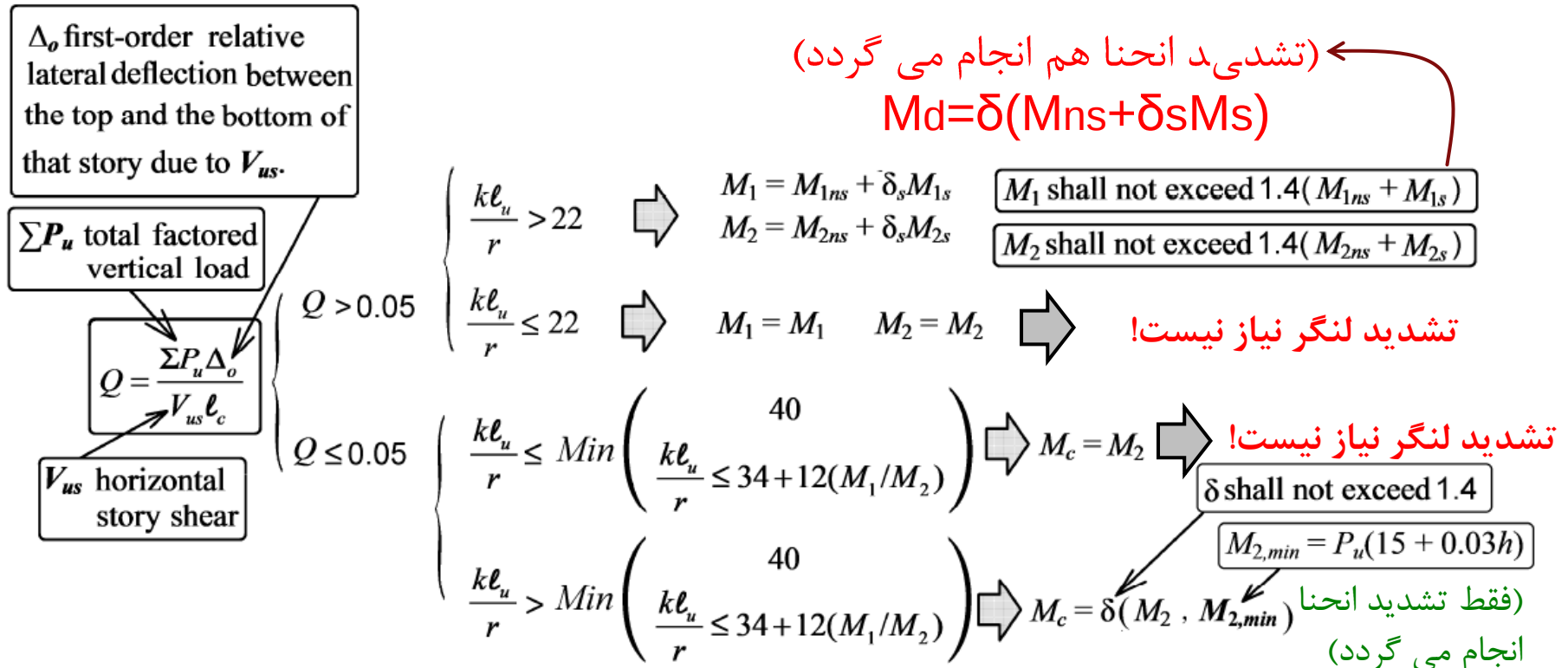
$$\delta = \frac{0.3}{1 - \frac{3447}{0.75 \times 6030}} = 1.26$$

$$M_c = \delta M_2 = 1.26 \times 297,304 = 374,600 \text{ kN·mm}$$



واحد تهران شرق

۶- مقاومت فشاری و خمشی ستون : جمع بندی



موارد معاف از اثر $P-\Delta$ بر طبق ضوابط مبحث نهم: مطابق بند ۹-۶-۵-۴-۱-۲ مبحث نهم، در صورتی که شاخص پایداری، Q ، در هر طبقه از ۵ درصد بی شتر نباشد، می توان ستون های آن طبقه را مهار شده تلقی نمود و از اثر $P-\Delta$ در طراحی ستون های آن طبقه صرف نظر کرد. همچنین صرف نظر از مقدار شاخص پایداری، در صورتی که مطابق بند ۹-۶-۲-۱-۲ الف مبحث نهم، ضریب لاغری ستون های مهار نشده، K^*L_u/R ، بی شتر از ۲۲ نباشد می توان از اثرات لاغری و $P-\Delta$ در همان ستون ها صرف نظر نمود.



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

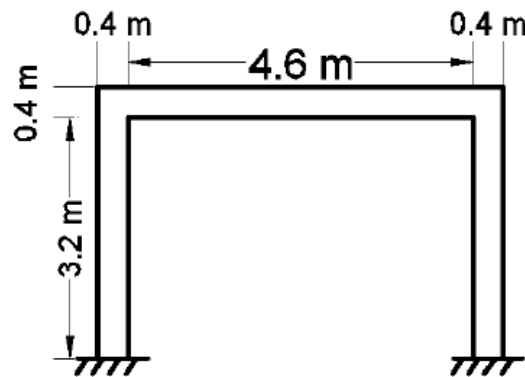
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

مثال: بار کمانشی ستون زیر را تحت اثر ترکیب بارهای $1.2D+1.6L$ و $1.2D+L+E$ بدست آورید.
سازه دارای دیوار برشی بوده و قاب ها با مهار جانبی (nonsway) محسوب می شوند.

ابعاد ستون: $400 \times 400 \text{ mm}$

ابعاد تیر: $500 \times 400 \text{ mm}$



$$P_D = 800 \text{ kN}$$

$$P_L = 400 \text{ kN}$$

$$P_E = \pm 300 \text{ kN}$$

$$F_c = 25 \text{ mpa}$$

الف) تحت اثر ترکیب بار $1.2D+1.6L$:

$$l_u = 3200 \text{ mm} \quad -1$$

$$\beta_{dns} = \frac{1.2 \times 800}{1.2 \times 800 + 1.6 \times 400} = 0.6 < 1 \quad -2$$

$$EI_{eff} = \frac{0.4 E_c I_g}{1 + \beta_{dns}} = \frac{0.4 \times (4700 \sqrt{25}) \times \left(\frac{400^4}{12} \right)}{1 + 0.6} = 1.25333 \times 10^{13} \text{ mm}^4 \quad -3$$



واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

196

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

$$\psi_{top} = \frac{\left(\frac{EI}{L}\right)_{column}}{\left(\frac{EI}{L}\right)_{beam}} = \frac{0.7(I)_{column}}{0.35(I)_{beam}} \times \frac{(L)_{beam}}{(L)_{column}} = \frac{0.7 \times 400}{0.35 \times 500} \times \frac{5000}{3400} = 2.35 \quad \left. \begin{array}{l} \psi_m = 1.675 \\ \psi_{bot} = 1 \end{array} \right\} \text{۴-}$$

(دهانه بر اساس طول مرکز به مرکز
محاسبه می شود)

$$K = \min(0.7 + 0.1 \times 1.675, 0.85 + 0.05 \times 1, 1) = 0.8675 \quad \text{۵-}$$

$$P_c = \frac{\pi^2 E I_{eff}}{(k l_u)^2} = P_c = \frac{\pi^2 \times 1.25333 \times 10^{13}}{(0.8675 \times 3200)^2} = 16051893 \text{ N} = 16052 \text{ kN} \quad \text{۶-}$$

(ب) تحت اثر ترکیب بار 1.2D+L+E:

$$\beta_{dns} = \frac{l_u = 3200 \text{ mm}}{1.2 \times 800} = 0.578 < 1$$

$$EI = \frac{0.4 \times 4700 \sqrt{25} \times \frac{400^4}{12}}{1 + 0.578} = 1.2708 \times 10^{13}$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(k l_u)^2} = P_c = \frac{\pi^2 \times 1.2708 \times 10^{13}}{(0.8675 \times 3200)^2} = 16275638 \text{ N} = 16276 \text{ kN}$$



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

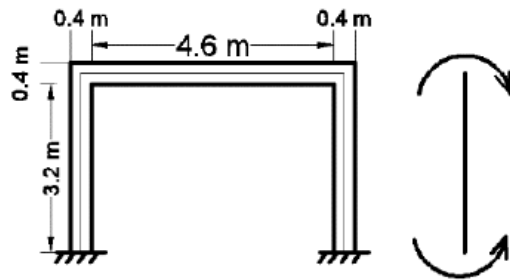
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

مثال: در ستون زیر بررسی نمایید که آیا نیازی به منظور کردن اثرات لاغری هست یا نه؟
سازه دارای دیوار برشی بوده و قاب ها با مهار جانبی محسوب می شوند (Nonsway).

ابعاد ستون: 400 x 400 mm

ابعاد تیر: 500 x 400 mm



$$M_{D-top} = 400 \text{ kN}$$

$$M_{D-bot} = 200 \text{ kN}$$

$$M_{L-top} = 200 \text{ kN}$$

$$M_{L-bot} = 100 \text{ kN}$$

$$M_{E-top} = \pm 80 \text{ kN}$$

$$M_{E-bot} = \pm 80 \text{ kN}$$

حل:

	M1	M2	M1/M2
1.4D	280	560	0.5
1.2D+1.6L	400	800	0.5
1.2D+L+E	420	760	0.552632
1.2D+L-E	260	600	0.433333

$$\left[\frac{Kl_u}{r} = \frac{0.8675 \times 3200}{0.3 \times 400} = 23.13 \right] < [34 - 12 \times 0.5526 = 27.37]$$

→ نیاز ندارد



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

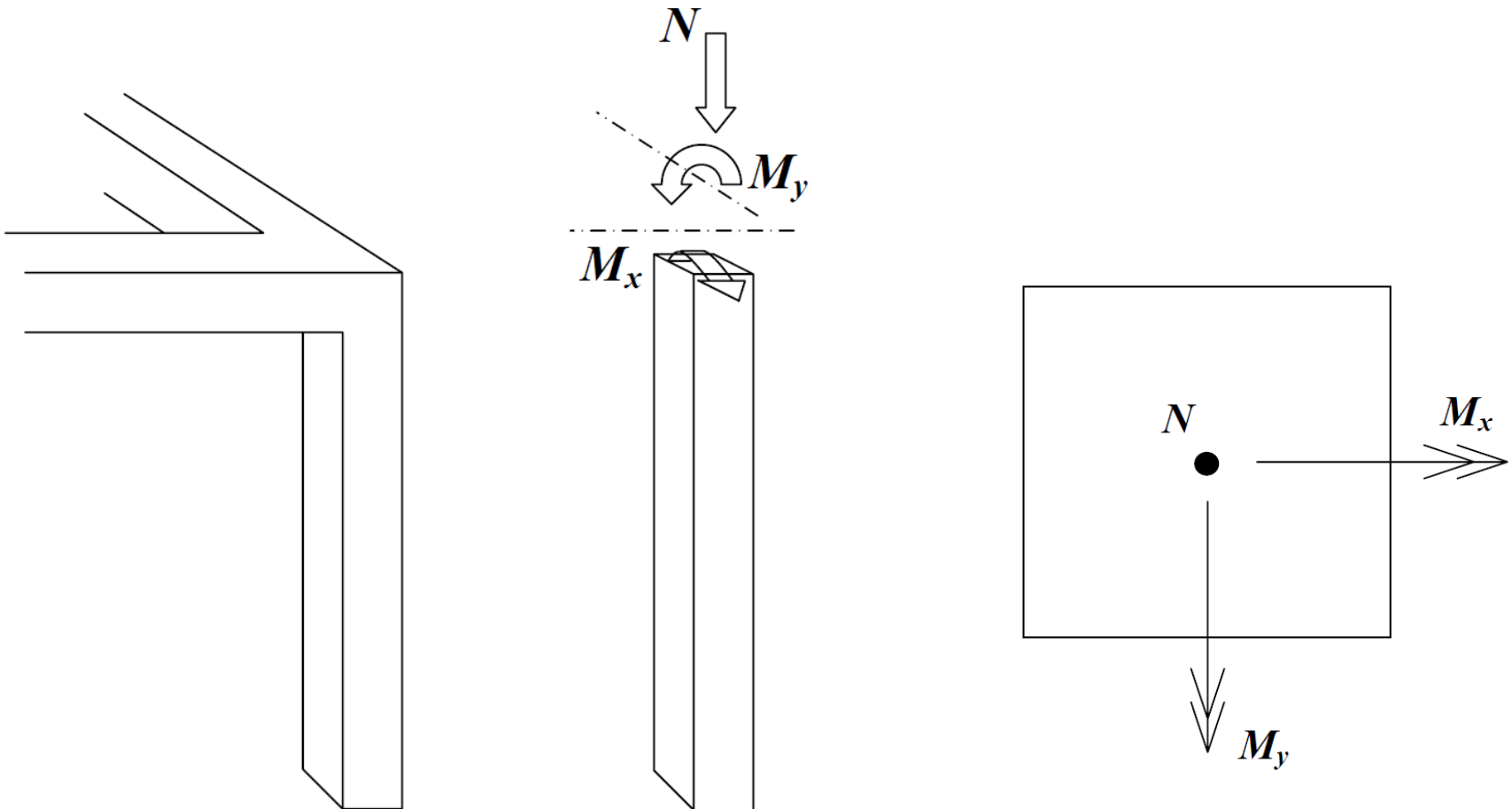
198

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

۶- مقاومت طراحی فشاری و خمشی

ه : خمش دو جهته ستون



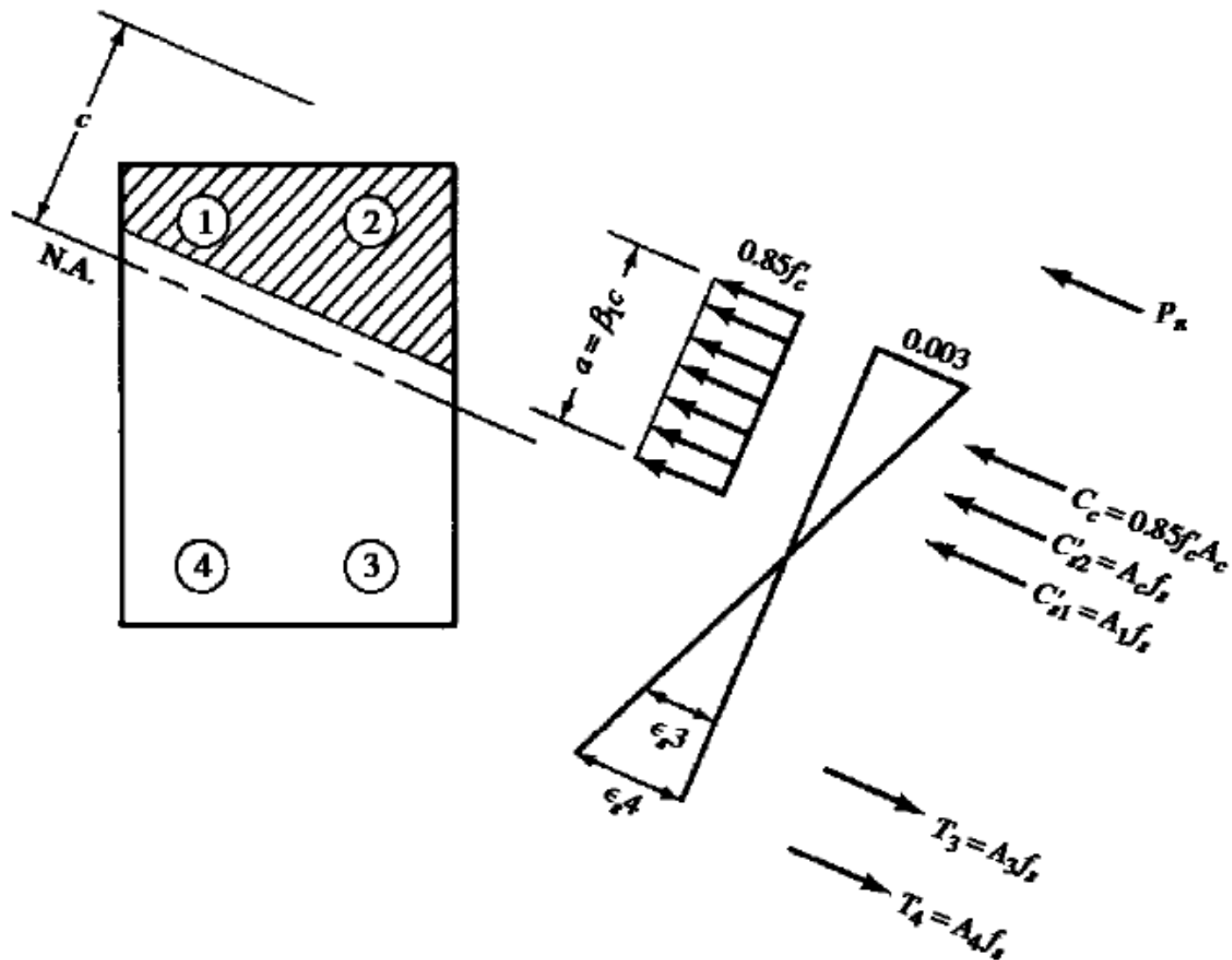


واحد تهران شرق

199

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

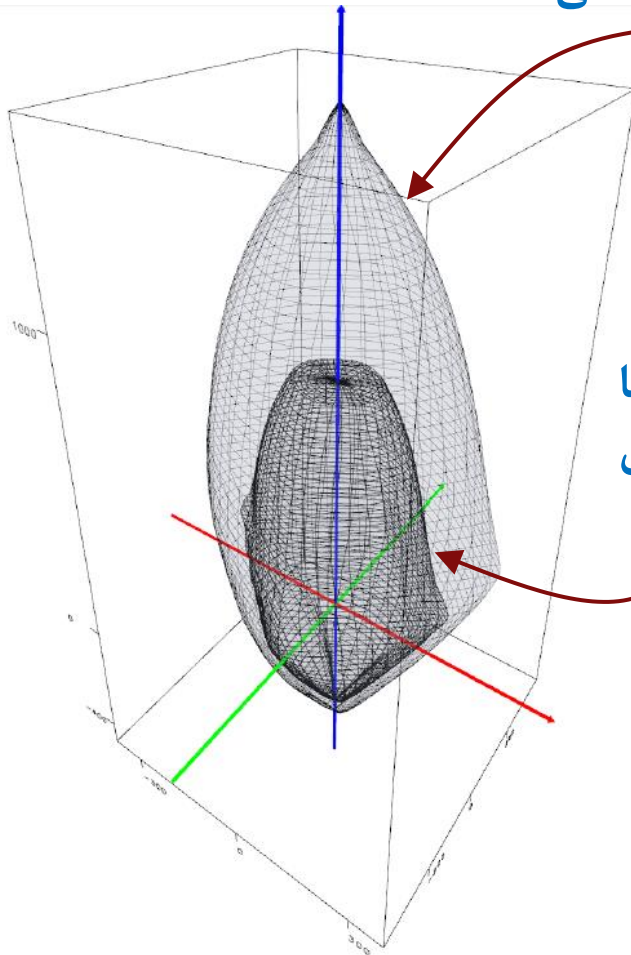
علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق



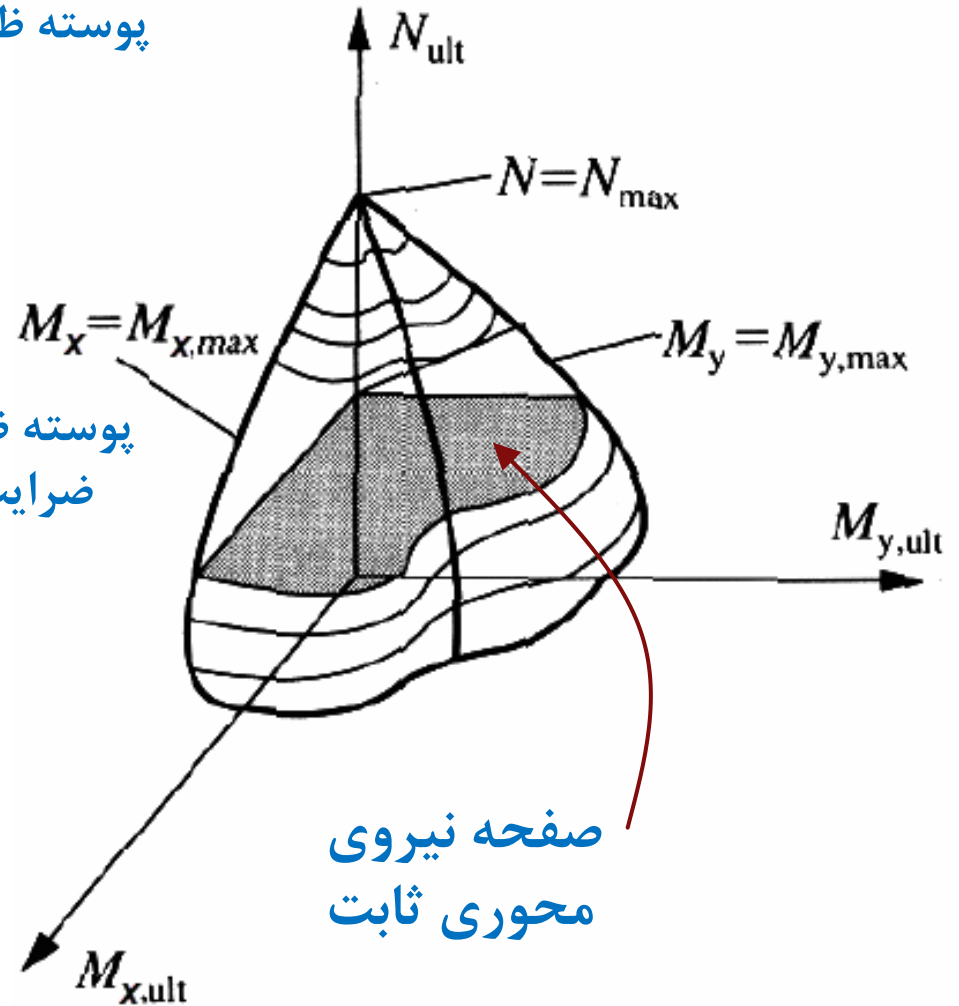


واحد تهران شرق

پوسته ظرفیت اسمی



پوسته ظرفیت با
ضرایب کاهش



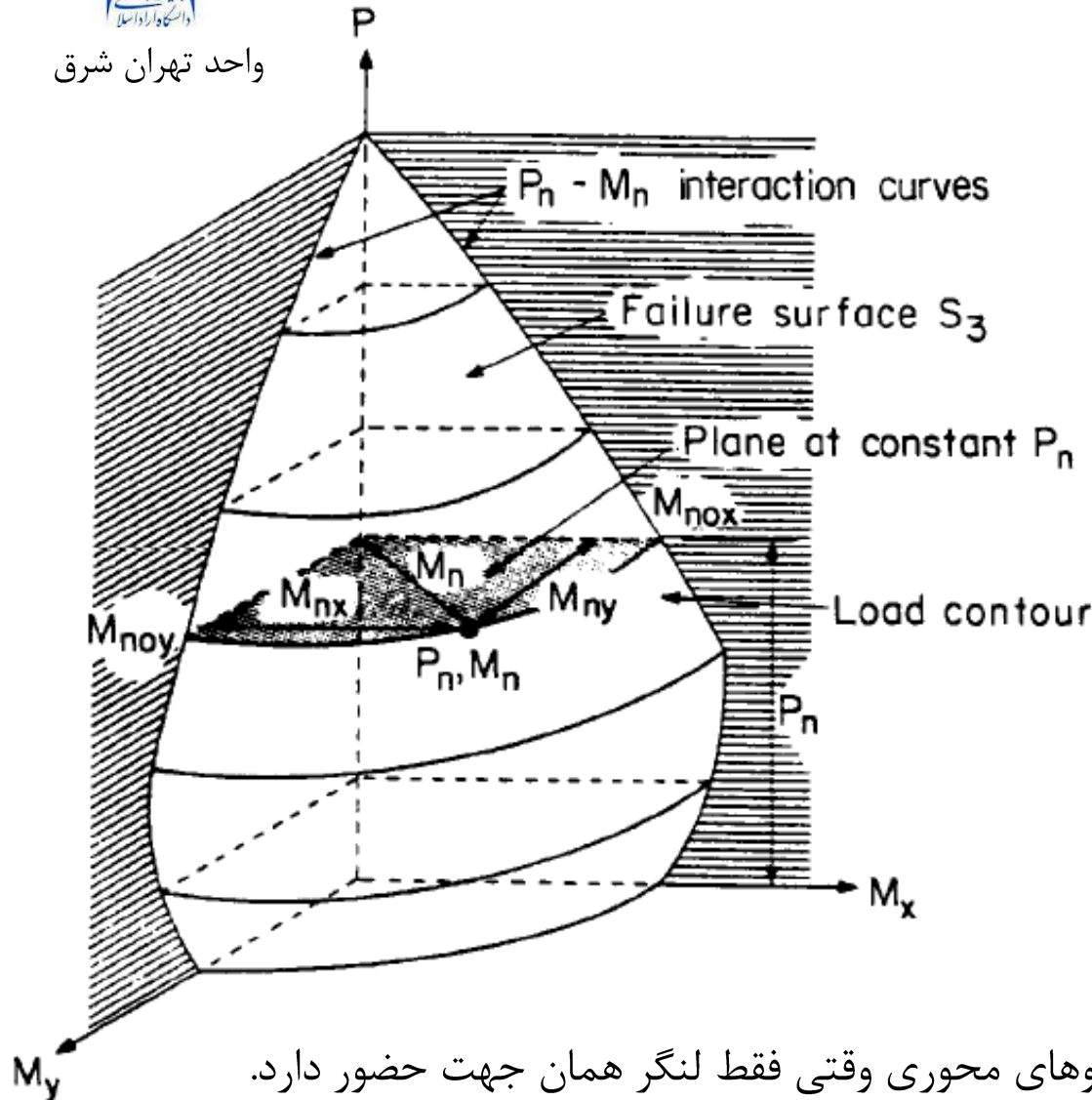


Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

واحد تهران شرق

201

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق



دربحث نمودار های اندرکنشی چند
روش وجود دارد که بهتری ن و دقیق
تری ن روش، روش تعادل سازگاری
کرنشها (۰.۰۰۳) است.

(ACI 22.2.2.1 و آبا ۸-۲-۲-۱)
روشهای تقریبی دی گری نی ز وجود
دارد که ی کی از معروفتری ن آنها ۱-
روش بار متقابل بسلاست: نی روی
محوری در این تئوری از رابطه زیر
تخمین زده می شود: (AC1318-

$$\frac{1}{P_n} + \frac{1}{P_o} \approx \frac{1}{P_{ox}} + \frac{1}{P_{oy}} \quad (11)$$

P_o : ظرفیت محوری خالص فشاری ستون

P_n : ظرفیت محوری ستون تحت اثر لنگرهای

همزمان M_x و M_y و $P_{oy,x}$ ظرفیت نیروهای محوری وقتی فقط لنگر همان جهت حضور دارد.



واحد تهران شرق

(برای ترسیم حجم با استفاده
از نمودارهای دو بعدی)

روش کانتور بار برسلر (منحنی هم بار)

-۲

با استفاده از سطح S3 منحنیهای متناظر به N_r ثابت به
شکل رابطه اندرکنشی ذیل

$$\left(\frac{M_{ux}}{M_{rox}} \right)^{\alpha} + \left(\frac{M_{uy}}{M_{roy}} \right)^{\beta} = 1.0$$

که M_{ux} و M_{uy} لنگرهای خمش دو محوره در جهات x و y می باشند. در واقع
لنگرهای فوق تصویر برداری لنگر M_u می باشند.

M_{rox} و M_{roy} مقاومت خمشی تک محوره حول محور x و y می باشند. مقدار α و
 β تابعی از آرایش و مقدار فولاد، ابعاد ستون، مقاومت و مشخصات الاستیک فولاد
و بتن می باشند. اگر α و β مساوی بگیریم منحنی فوق برای مقادیر مختلف α
مطابق نمودار صفحه بعد است.

(مشابه فولاد و

PCA Notes

((Chapter 7 Eq. 11)

$$\frac{M_{ux}}{M_{rox}} + \frac{M_{uy}}{M_{roy}} = 1.0$$

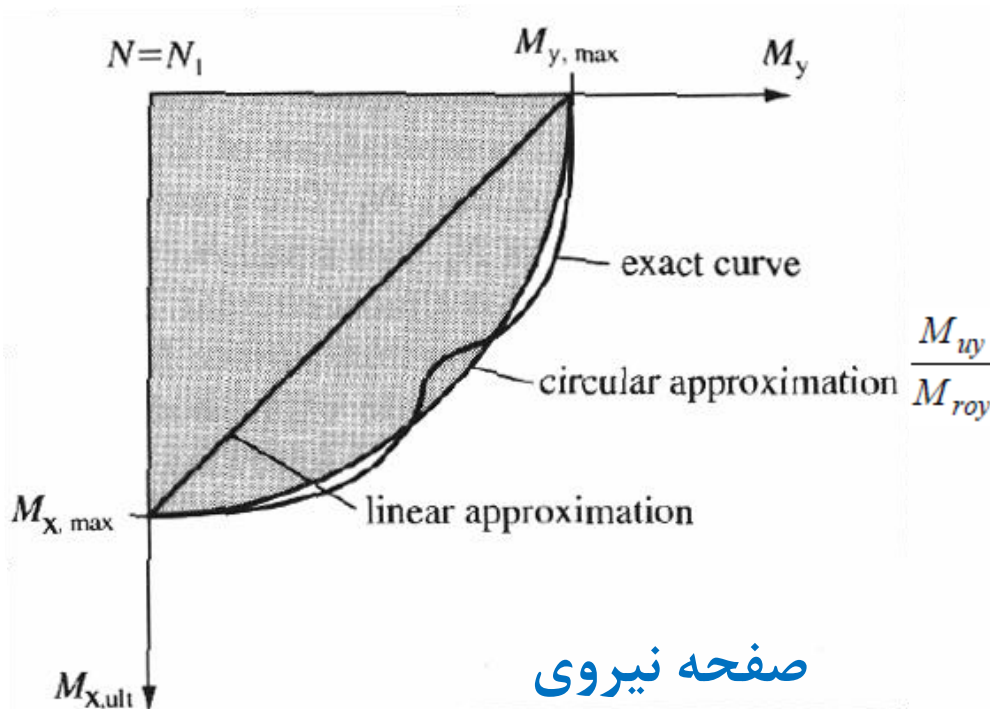
رابطه بالا در جهت اطمینان با فرض $\alpha=1$ چنین است:

Bresler indicated that, typically, α varied from 1.15 to 1.55, with a value of 1.5 being reasonably accurate for most square and rectangular sections having uniformly distributed reinforcement:

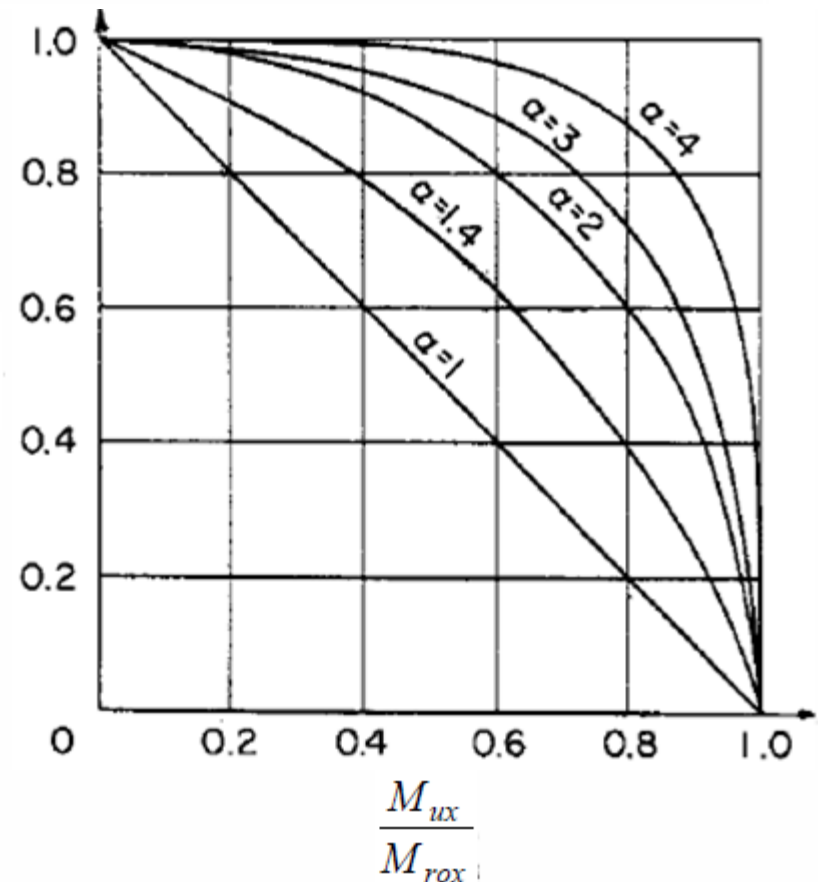


واحد تهران شرق

Note: The linear approximation is safe (in our notation: $M_x/M_{x, \max} + M_y/M_{y, \max} \leq 1$ ASCE41-06, while the circular approximation is not safe but is closer to reality $((M_x/M_{x, \max})^2 + (M_y/M_{y, \max})^2 \leq 1)$ نشریه ۳۶۰



صفحه نیروی
محوری ثابت





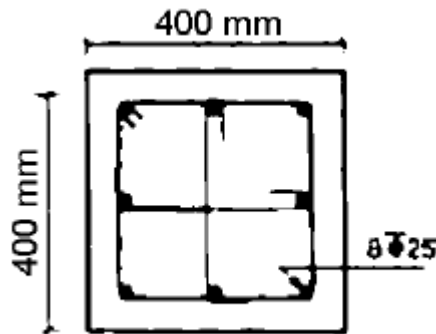
Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

204

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

مثال :



برای مقطع روبرو با میلگرد S400 و بتن C25 به ازای نیروی محوری ۱۵۰ تن و با استفاده از نمودارهای ظرفیت، سطح نمودار MX-MY را ترسیم نمایید.
فاصله مرکز میلگرد طولی تا سطح را ۶ سانتیمتر فرض کنید.

$$\gamma = \frac{40-12}{40} = 0.7 \quad \longrightarrow \quad \text{استفاده از شکل ۸-۳۴}$$

$$m = \frac{400}{0.85 \times 25} = 18.82, \quad \rho = \frac{8 \times 4.91}{40 \times 40} = 0.025 \quad \longrightarrow \quad m\rho = 0.46$$

$$\frac{N_r}{\phi_c f_c b h} = \frac{150000}{0.65 \times 250 \times 40 \times 40} = 0.58$$

با استفاده از شکل ۸-۳۴ و نسبت‌های بالا خواهیم داشت: (شکل صفحه بعد)

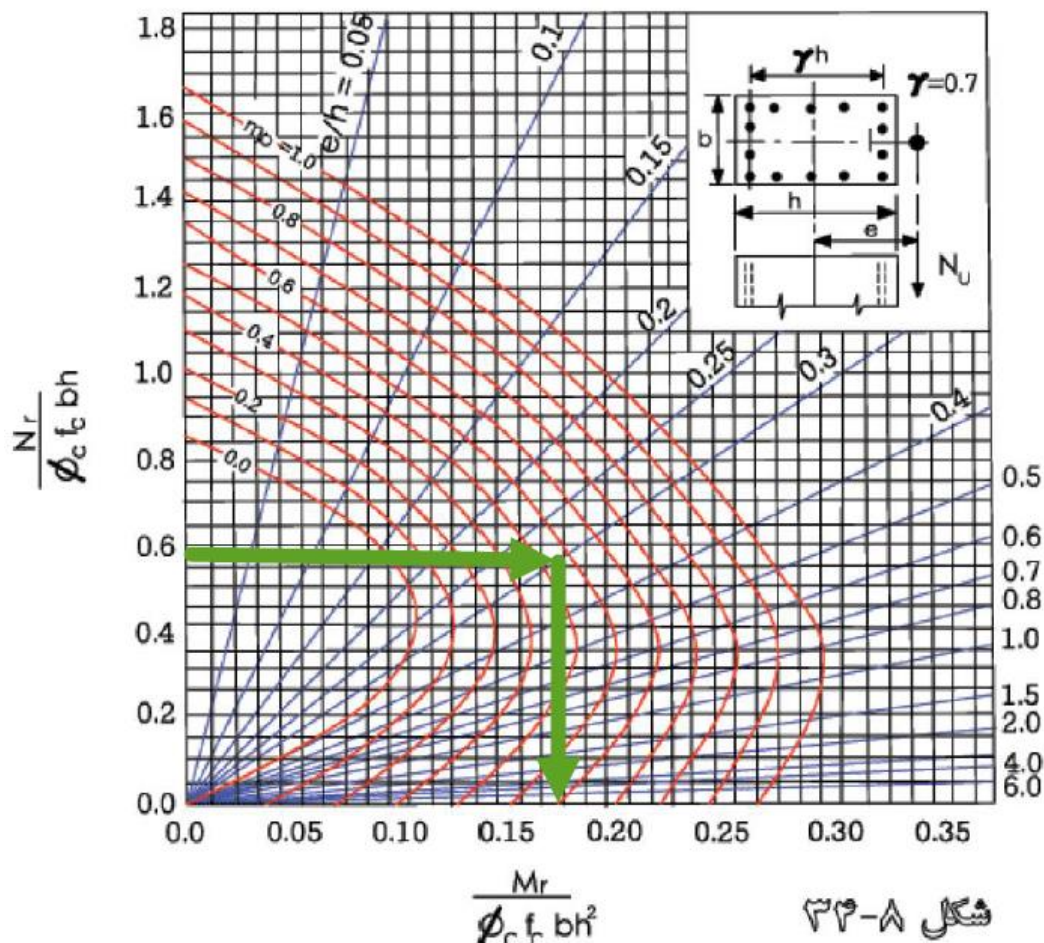
$$\frac{M_r}{\phi_c f_c b h^2} \approx 0.17 \quad \longrightarrow \quad M_r = 0.17 \times 0.65 \times 250 \times 40 \times 40^2 = 17.7 \text{ ton.m}$$



واحد تهران شرق

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق



شکل ۸-۳۴

نکته :

از آنجا که مقطع متقارن است برای هر دو جهت همین لنگر بدست می آید.



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

با استفاده از رابطه بسler و $\alpha = 1.5$ خواهیم داشت:

$$\left(\frac{M_{ux}}{M_{rx}}\right)^{1.5} + \left(\frac{M_{uy}}{M_{ry}}\right)^{1.5} = 1.0$$

$$\left(\frac{M_{ux}}{17.7}\right)^{1.5} + \left(\frac{M_{uy}}{17.7}\right)^{1.5} = 1.0$$

حال کفایت برای اعداد کوچکتر از ۱۷.۷ تن متر برای M_{ux} یا M_{uy} ، چند عدد حدس زده و عدد جهت بعدی بدست آید:

$$M_{ux} = 10 \text{ t.m}$$

$$\left(\frac{10}{17.7}\right)^{1.5} + \left(\frac{M_{uy}}{17.7}\right)^{1.5} = 1.0 \longrightarrow M_{uy} \approx 12.2 \text{ t.m}$$

$$M_{ux} = 15 \text{ t.m}$$

$$\left(\frac{15}{17.7}\right)^{1.5} + \left(\frac{M_{uy}}{17.7}\right)^{1.5} = 1.0 \longrightarrow M_{uy} \approx 6.45 \text{ t.m}$$



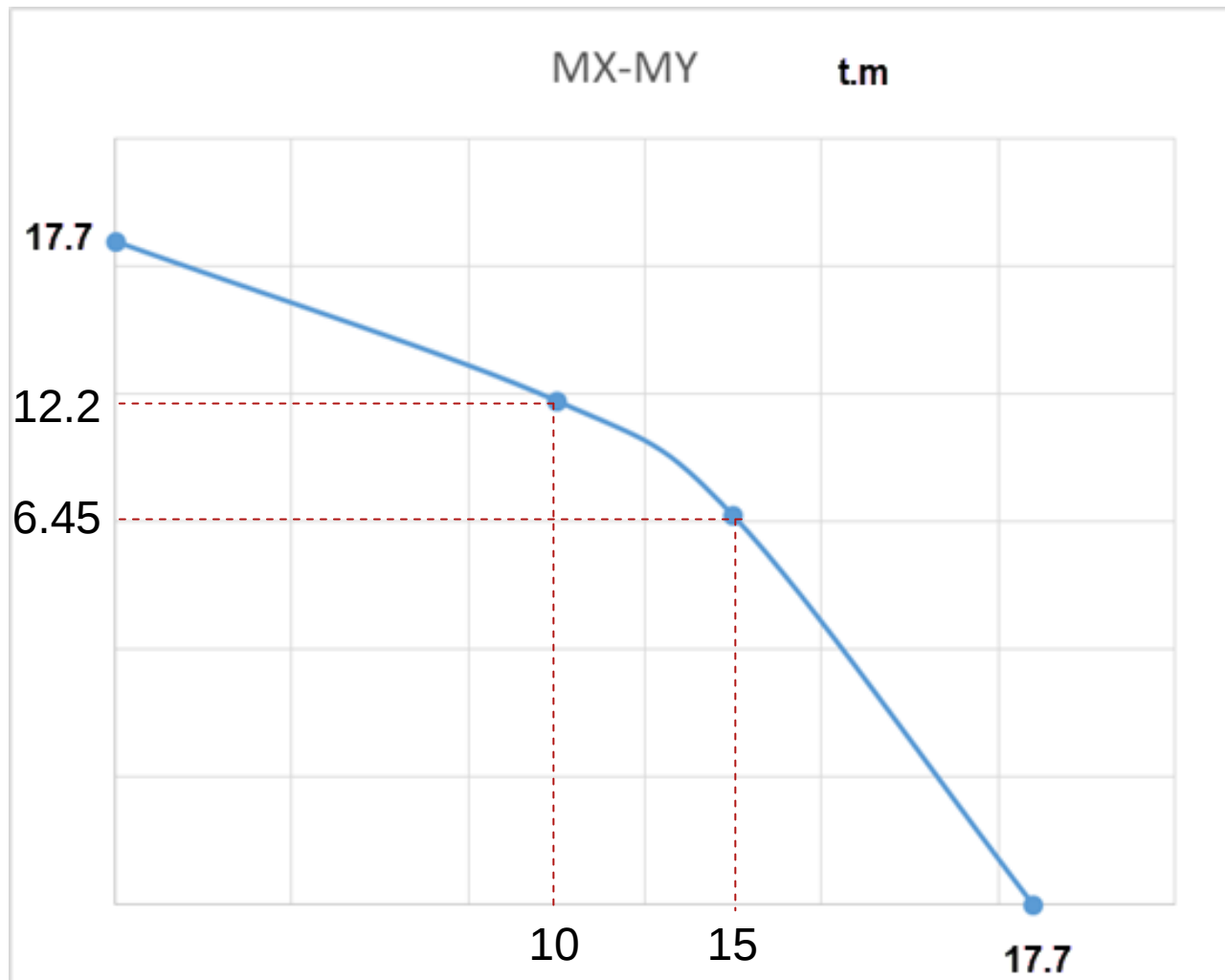
واحد تهران شرق

207

Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

نتیجه منحنی MX-MY برای نیروی محوری ۱۵۰ تن :

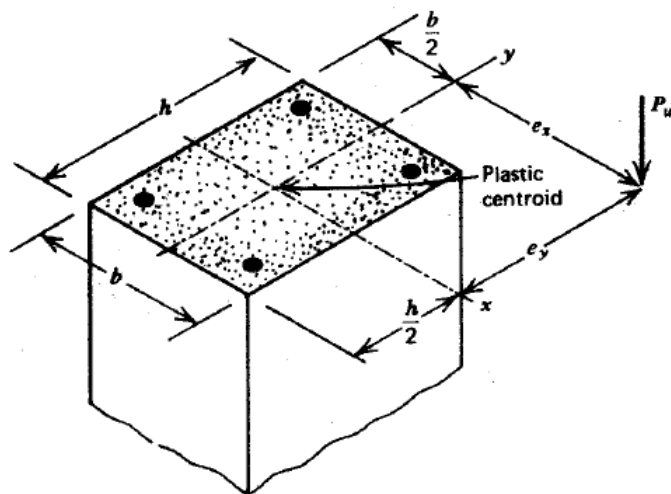
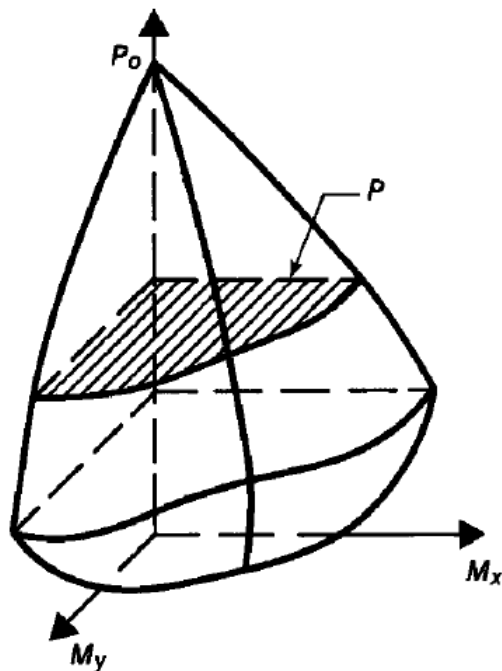




واحد تهران شرق

نتیجه:

- ۱- طراحی مستقیم میلگردها تحت لنگر دو محوره ممکن نبوده و باید ابتدا حدس زده شده و سپس تحت لنگرهای وارده کنترل گردد
- ۲- چنانچه لنگرهای M_x و M_y نزدیک به یکدیگر باشد انتخاب مقطع مربع و دایره با توزیع یکنواخت میلگردها مناسب می باشد. در غیر این صورت نسبت ابعاد بر حسب M_x/M_y انتخاب می گردد.
- ۳- معمولاً تحت اثر باد یا زلزله ستونها تحت اثر لنگر يك محوره بزرگ قرار می گیرند مگر آنکه به علت عدم نامنظمی در پلان پیچش وارده سبب ایجاد لنگر دو محوره شود.





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

۹-۱۲-۶-۲ آرماتورهای طولی (حداقل تعداد)

۹-۱۲-۶-۱ حداقل تعداد میلگردهای طولی در ستون بر اساس موارد زیر تعیین می‌شود:

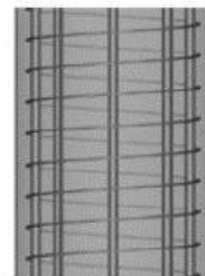
الف- میلگردهای داخل تنگ‌های مثلثی: ۳ عدد؛

ب- میلگردهای داخل تنگ‌های مستطیلی یا دایروی: ۴ عدد؛

پ- میلگردهای داخل دورپیچ و یا در ستون‌های قاب‌های خمشی ویژه محصور شده با دورگیرهای دایروی: ۶ عدد.



(a) Rectangular tied Column



(b) Round spiral Column





Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

210

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

آرماتورگذاری

۹-۲۱-۱-۲ فاصله‌ی حداقل میلگردها

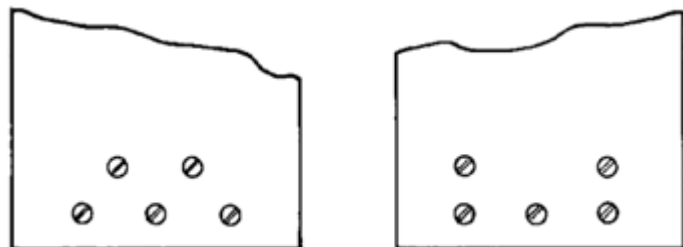
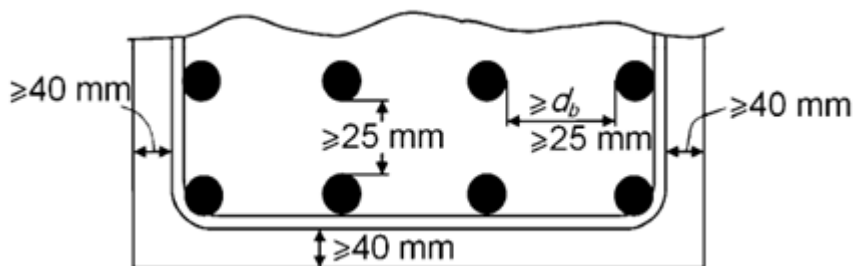
۹-۲۱-۱-۲-۱ فاصله‌ی آزاد میلگردهای موازی واقع در یک سفره‌ی افقی نباید کمتر از هیچ یک

از مقادیر زیر باشد:

الف- ۲۵ میلی متر؛

ب- قطر بزرگ‌ترین میلگرد؛

پ- $1/33$ برابر قطر اسمی بزرگ‌ترین سنگ دانه.



No

Yes

۹-۲۱-۲-۱-۲ در میلگردهای موازی واقع در چند سفره‌ی افقی، میلگردهای لایه‌ی فوقانی باید مستقیماً در بالای میلگردهای لایه‌ی تحتانی قرار گرفته، و فاصله‌ی آزاد بین دو لایه نباید کمتر از ۲۵ میلی متر باشد.

۹-۲۱-۲-۱-۳ فاصله‌ی آزاد بین میلگردهای طولی در ستون‌ها، ستون پایه‌ها، بست‌ها، و اجزای

مرزی دیوارها، نباید کمتر از هیچ یک از مقادیر زیر باشد.

الف- ۴۰ میلی متر؛

ب- $1/5$ برابر قطر بزرگ‌ترین میلگرد؛

پ- $1/33$ برابر قطر اسمی بزرگ‌ترین سنگ دانه.



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

علیرضا فاروقی
دکتری تخصصی مهندسی سازه
استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

آرماتورگذاری

۹-۲۱-۶-۲ تنگها

۹-۲۱-۶-۲-۱ تنگها باید از حلقه‌های بسته میلگردهای آجدار تشکیل شده و فواصل آنها از یکدیگر شرایط زیر را تامین کنند

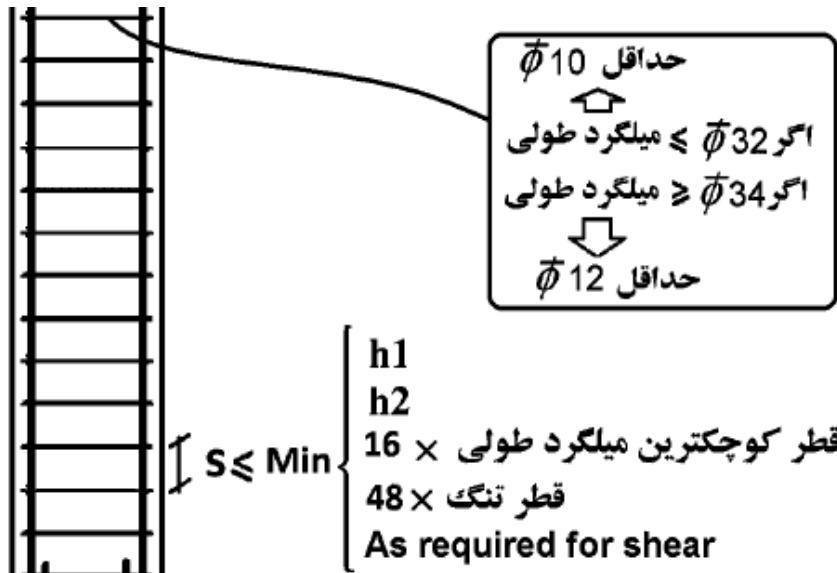
ب- فاصله مرکز به مرکز تنگها نباید از هیچیک از مقادیر زیر بیشتر باشد

- ۱۶ برابر قطر میلگرد طولی

- ۴۸ برابر قطر میلگرد عرضی

- کوچکترین بعد عضو

۹-۲۱-۶-۲-۲ قطر تنگها باید حداقل برابر مقادیر زیر باشد:



الف - قطر ۱۰ میلیمتر برای میلگرد طولی تا قطر ۳۲ میلیمتر.

ب- قطر ۱۲ میلی متر برای میلگرد طولی به قطر ۳۴ میلی متر و بزرگتر و یا گروه میلگردهای طولی.



Alireza Faroughi
PhD in Structural Engineering
Assistant Professor of IAU. East Tehran Branch

212

علیرضا فاروقی
 دکتری تخصصی مهندسی سازه
 استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

واحد تهران شرق

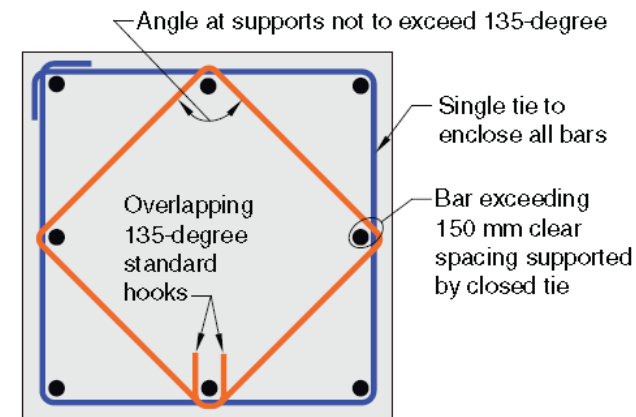
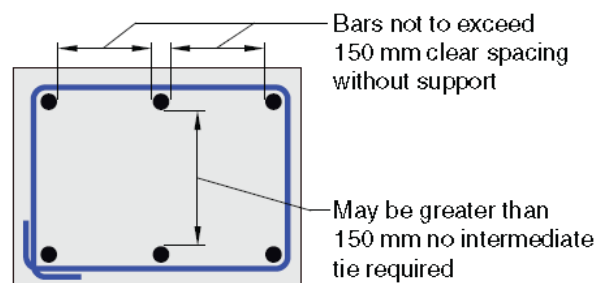
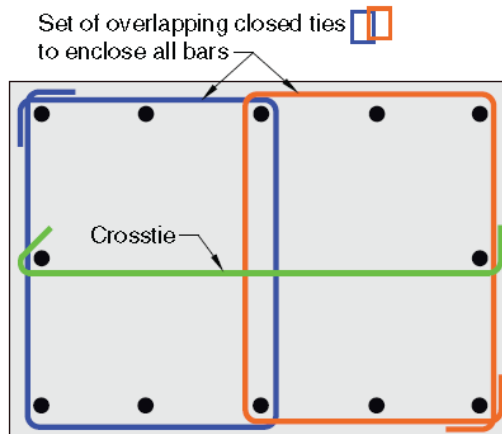
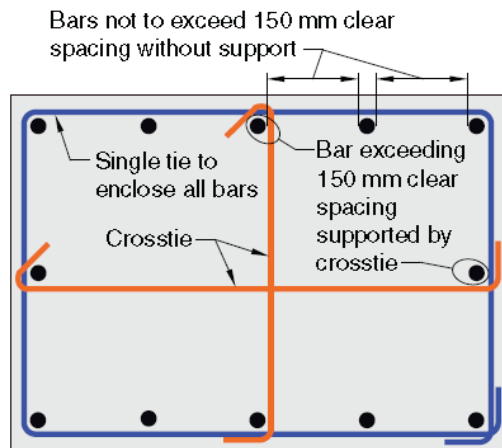
آرماتورگذاری

تنگهای مستطیلی

۹-۲۱-۶-۲-۴ تنگهای مستطیلی باید شرایط زیر را ارضا کنند

الف- هر میلگرد طولی واقع در گوشه مقطع و سایر میلگردهای طولی بصورت یک در میان باید توسط خم با زاویه کمتر یا مساوی ۱۳۵ درجه مهار شود.

ب- میلگرد طولی بدون مهار جانبی نباید فاصله آزاد بیش از ۱۵۰ میلیمتر از میلگرد طولی مهار شده داشته باشد.

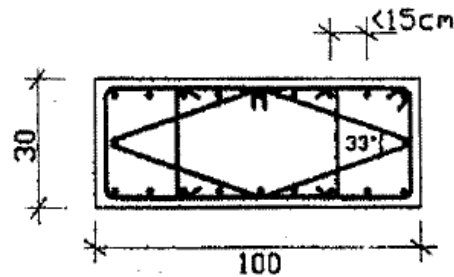




محاسبات ۸۳- پایه ۲

واحد تهران شرق

۳۳- در مقطع ستون بتن آرمه زیر، در صورتیکه فاصله آزاد ما بین آرماتورهای طولی کمتر از ۱۵ سانتیمتر باشد،



(۱) از نظر فاصله آرماتورهای طولی از همدیگر مشکل فنی وجود دارد.

(۲) از نظر نسبت ابعاد ستون مشکل فنی وجود دارد.

(۳) عرض ستون کمتر از حد مجاز می باشد.

(۴) از نظر تنگ گذاری مقطع ستون مشکل فنی وجود دارد.

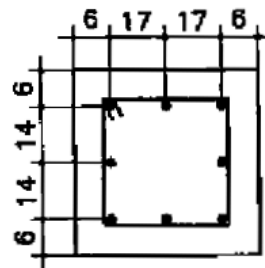
گزینه ۴ در شکل فوق میگرد میانی (که در ضلع بلندتر قرار گرفته) توسط یک لوزی بسته مهار شده است. زاویه این لوزی در وسط برابر ۱۴۷ درجه می باشد که بیش از ۱۳۵ درجه بوده و توانایی کافی برای مهار میلگرد میانی را ندارد و قابل قبول نیست.

محاسبات ۸۷

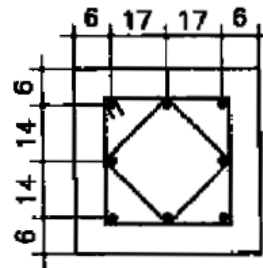
۴۱- برای ستون بتن آرمه واقع در یک ساختمان بتنی با شکل پذیری متوسط کدامیک از موارد زیر در

مورد خاموت گذاری صحیح است؟ (اعداد بر حسب سانتیمتر می باشد.)

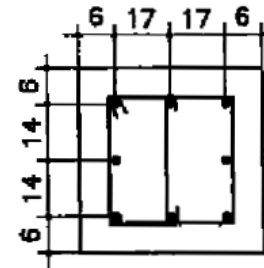
- (۱) فقط گزینه B قابل استفاده است.
(۲) گزینه های A و B قابل استفاده هستند.
(۳) گزینه های B و C قابل استفاده هستند.
(۴) هر سه گزینه B و C و D قابل استفاده هستند.



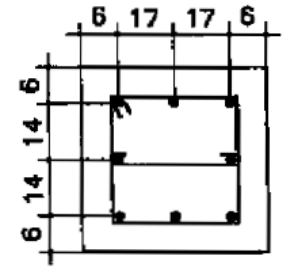
(A)



(B)



(C)



(D)

گزینه ۳

• در شکل فوق باید فواصل خالص بین میلگردها نشان داده شود و طراح به اشتباه فاصله آکس تا آکس میلگردها را نشان دهد است.

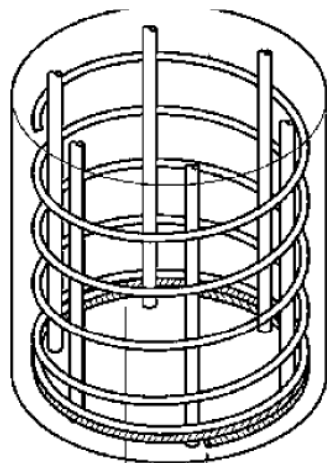


واحد تهران شرق

آرماتورگذاری

۹-۲۱-۶-۳ دورپیچ‌ها

$$\rho_s = \frac{\pi d_s^2}{D_c S} \geq 0.45 \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}}$$

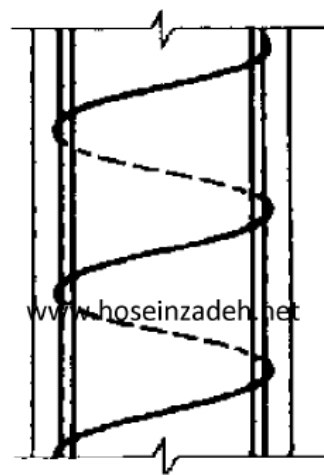


۱.۵ دور پیچیدن اضافی
میگردد در انتها

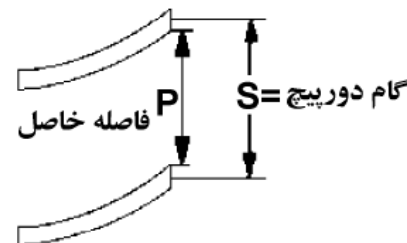


$$A_g = \pi D^2 / 4$$

$$A_{ch} = \pi D_c^2 / 4$$



$$25\text{mm} \leq P \leq 75\text{mm}$$



فاصله‌ی آزاد آن‌ها از یک دیگر شرایط زیر را تامین نماید.
الف- حداقل ۱/۳۳ برابر اندازه‌ی بزرگ‌ترین سنگ دانه
و ۲۵ میلی متر، هر کدام بزرگ‌تر است.

ب- حداکثر ۷۵ میلی متر.

۹-۲۱-۶-۳-۴ مهار دورپیچ‌ها در هر انتها با پیچاندن یک و نیم دور اضافی دورپیچ تامین

می‌شود.



محاسبات ۹۵

واحد تهران شرق

۲۵- ستونی دایره‌ای به قطر ۵۰۰ میلی‌متر با آرماتور $\Phi 10$ دورپیچ با گام ۶۰ میلی‌متر (محور تا محور) مفروض است. در صورتی که پوشش بتن برابر ۵۰ میلی‌متر باشد. نسبت حجمی آرماتور دورپیچ به حجم کل هسته به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟

$$(A_{sp} = \frac{\pi d_s^2}{4})$$

۰.۰۲۱ (۱)

۰.۰۱۸ (۲)

۰.۰۱۰ (۴)

۰.۰۱۳ (۳)

گزینه ۳

$$\rho = \frac{\pi D_c A_{sp}}{\left(\frac{\pi D_c^2 s}{4}\right)} = \frac{4 A_{sp}}{D_c \times s} = \frac{4 \pi (5)^2}{(500 - 100) 60} = 0.013$$

محاسبات ۹۳

۷- در یک ستون با مقطع دایره‌ای به قطر ۴۵۰ mm و پوشش بتن ۴۵ mm. حداکثر گام دورپیچ، بدون توجه به نیازهای محاسباتی، به کدامیک از مقادیر زیر نزدیک‌تر است؟ (قطر دورپیچ را ۱۰ میلی‌متر فرض کنید)

۵۵ mm (۲)

۴۵ mm (۱)

۱۰۰ mm (۴)

۷۵ mm (۳)

گزینه ۱

با فرض C25 برای بتن و S300 برای دورپیچ، گام دورپیچ باید چنان باشد که رابطه زیر تامین شود:

$$\left(\rho_s = \frac{\pi D_c A_{sp}}{\left(\frac{\pi D_c^2 s}{4}\right)} = \frac{4 A_{sp}}{D_c s} = \frac{4(\pi \times 5^2)}{(450 - 90)s} = \frac{0.872}{s} \right) > \left(0.45 \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yt}} = 0.45 \left(\frac{\pi (450)^2}{\pi (450 - 90)^2} - 1 \right) \frac{25}{300} = 0.021 \right)$$

$$s < 41 \text{ mm}$$

همچنین گام دورپیچ باید کمتر از $(75 + 10) = 85 \text{ mm}$ باشد.